THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

Jean LUTZ
Ingénieur E.N.S.E.M.

ETUDE ET SIMULATION ANALOGIQUE DES VIBRATIONS LONGITUDINALES AUXQUELLES EST SOUMIS UN TRAIN DE TIGES DE FORAGE

Soutenue le 30 Juin 1971, devant la Commission d'Examen

MM. SIESTRUNCK Président

BROUSSE, RAYNAL } Examinateurs

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

Jean LUTZ
Ingénieur E.N.S.E.M.

ETUDE ET SIMULATION ANALOGIQUE DES VIBRATIONS LONGITUDINALES AUXQUELLES EST SOUMIS UN TRAIN DE TIGES DE FORAGE

Soutenue le 30 Juin 1971, devant la Commission d'Examen

MM. SIESTRUNCK Président

BROUSSE, RAYNAL } Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

Jean LUTZ
Ingénieur E.N.S.E.M.

ETUDE ET SIMULATION ANALOGIQUE DES VIBRATIONS LONGITUDINALES AUXQUELLES EST SOUMIS UN TRAIN DE TIGES DE FORAGE

Soutenue le 30 Juin 1971, devant la Commission d'Examen

MM. SIESTRUNCK Président

BROUSSE, RAYNAL } Examinateurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549218_0023

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

Jean LUTZ
Ingénieur E.N.S.E.M.

ETUDE ET SIMULATION ANALOGIQUE DES VIBRATIONS LONGITUDINALES AUXQUELLES EST SOUMIS UN TRAIN DE TIGES DE FORAGE

Soutenue le 30 Juin 1971, devant la Commission d'Examen

MM. SIESTRUNCK Président

BROUSSE, RAYNAL } Examinateurs

Je voudrais ici exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur BROUSSE qui a accepté de patronner cette thèse, à Monsieur le Professeur SIESTRUNCK et Monsieur RAYNAL, Chef du Laboratoire Forage où s'est déroulée cette thèse, qui m'ont fait l'honneur de siéger à la commission d'examen.

Ce travail a pû être réalisé grâce au concours de la Société Nationale des Pétroles d'Aquitaine.

L'ensemble des membres du Laboratoire Forage a prêté son concours afin d'aider à sa réalisation, qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude et de mes plus sincères remerciements.

- POSITION DU PROBLEME

- DESCRIPTION D'UN APPAREIL DE FORAGE

- TABLES DES MATIERES

En forage rotary, le couple nécessaire à la rotation de l'outil sur le front de taille est transmis depuis la surface par une suite de tiges vissées bout à bout.

Dans la partie basse de la garniture, des tiges à section plus importante (masse-tiges) fournissent la force nécessaire à l'application de l'outil sur le front de taille et à la destruction de la roche.

Cet ensemble de tiges forme la garniture de forage. Le train de tiges est suspendu par un moufflage à une tour en treillis métallique qui forme le derrick.

La rotation de l'outil sur le front de taille engendre une excitation vibratoire longitudinale complexe, qui est transmise par la garniture de forage.

L'objet de cette thèse est d'étudier le comportement dynamique longitudinal de la garniture de forage afin de déterminer l'état vibratoire de l'outil au fond du puits à partir des vibrations mesurées en surface.

Cette thèse est scindée en trois parties distinctes :

- la première partie rappelle les équations de propagation des ondes élastiques et présente la théorie des impédances mécaniques.
- la deuxième partie présente l'application de la théorie des impédances mécaniques à l'étude de la réponse d'un train de tiges de forage.
- la troisième partie est une description technique du simulateur analogique.

Position du problème

A notre connaissance, les publications parues à ce jour sur les phénomènes dynamiques dans les garnitures de forage ne traitent que partiellement les problèmes posés.

L'étude est menée dans deux optiques différentes :

a) Il est d'observation courante sur un chantier, que certaines vitesses de rotation sont interdites au foreur s'il ne veut pas endommager gravement la garniture ou le derrick. Plusieurs auteurs ont publié des études qui permettraient le calcul des vitesses critiques d'une garniture donnée.

   En particulier Monsieur KALININ traite des fréquences propres d'une garniture complète avec amortisseur et derrick schématisé. D'autres auteurs russes reprennent ce problème en utilisant le même type de formulation.

   Nous verrons dans la première partie de cette étude qu'elle aboutit très vite à des expressions inextricables. Pour résoudre les calculs, les auteurs sont conduits à des simplifications importantes qui éloignent fortement le problème traité du phénomène réel.

b) Monsieur BERNHARD étudie la réponse transitoire de la garniture à des excitations particulières telles que : coup de frein brutal, décoincement brusque des tiges. Il traite ces problèmes par la méthode graphique de M. BERGERON et parvient ainsi à analyser les déplacements des fronts d'onde créés au sein de la garniture.

   Messieurs PASLAY et BOGY exposent le problème des vibrations longitudinales par la méthode des impédances mécaniques. La logique et la clarté de la méthode utilisée nous ont incité à poursuivre l'étude dans cet esprit.

   La deuxième partie de cette thèse pose donc les principes généraux de la méthode dite "des impédances mécaniques" et son application aux problèmes des tiges de forage.

Mais il nous semble que le caractère original de cette thèse est de considérer le train de tiges de forage comme un élément transférant en surface le régime vibratoire du fond.

Or, bien que ce ne soit pas rigoureusement vérifié, nous avons admis l'hypothèse assez naturelle, que l'amplitude des vibrations provenant de l'excitation de l'outil sur le front de taille est fonction des caractéristiques mécaniques de la roche forée. La connaissance du niveau de vibration au fond doit donc permettre de caractériser la roche forée.

Pour effectuer le transfert des signaux de surface au fond, nous disposions de deux méthodes :

- le calcul numérique.
- la simulation analogique des équations

La solution sur machine met en oeuvre un appareillage très lourd si on se propose de calculer en temps réel le transfert dans la garniture.

Par ailleurs, au fur et à mesure de nos travaux nous avons établi les résultats suivants :

a) à partir d'une profondeur de 1500 m environ, seule la partie basse de la garniture intervient dans les régimes vibratoires. Les tiges de forage transmettent simplement les vibrations en les atténuant.

b) le derrick a une importance prépondérante sur les phénomènes observés en surface, mais un traitement analogique simple des signaux permet d'éliminer son influence.

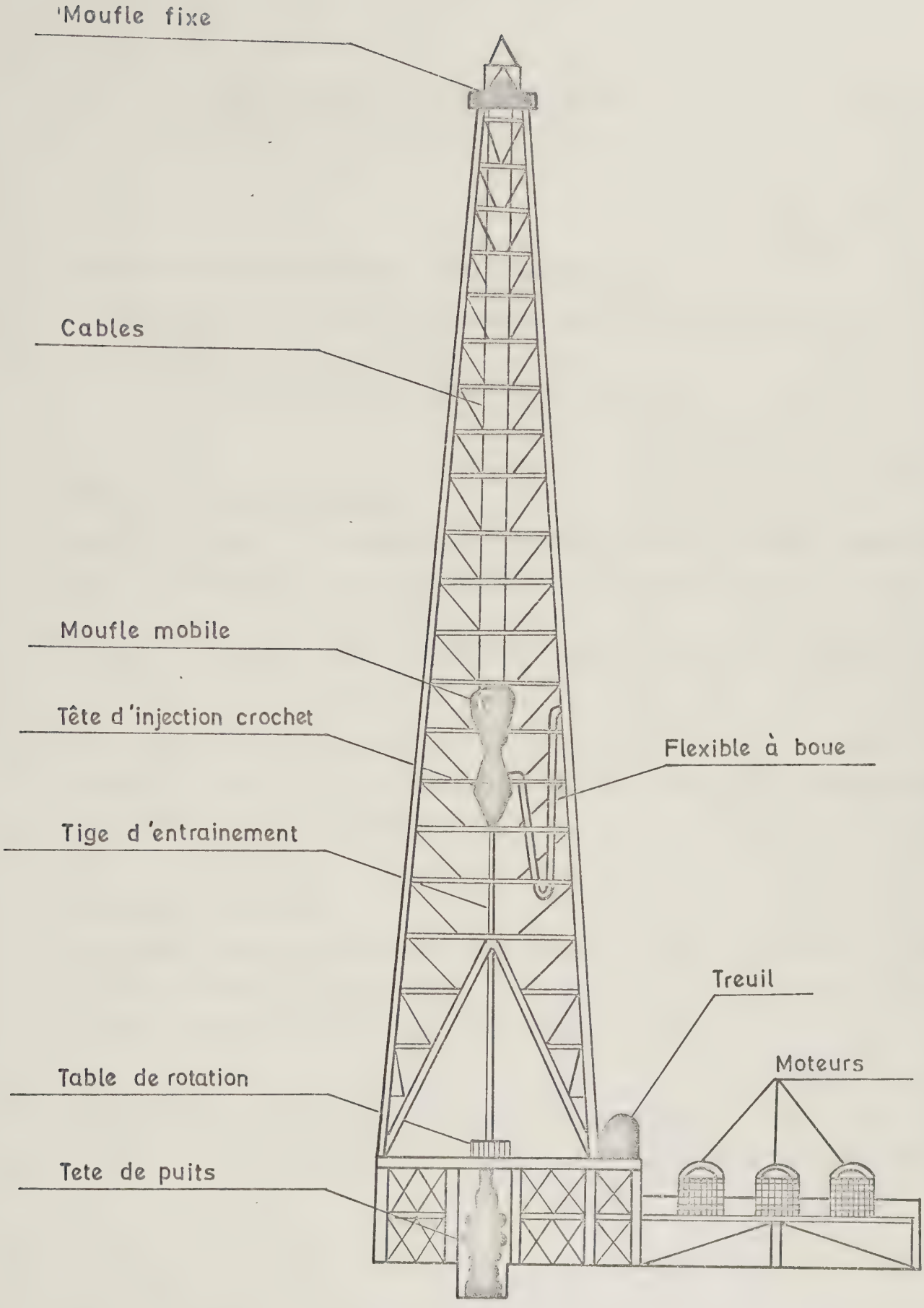
c) le spectre d'excitation du tricône contient certaines fréquences caractéristiques prépondérantes qui permettent de limiter le traitement du signal en surface à ces quelques fréquences.

Ces trois remarques permettent de résoudre simplement les problèmes technologiques posés par une solution analogique. Nous avons donc construit un

réseau analogique, simulant le comportement dynamique longitudinal de la garniture de forage.

Cet appareil est d'une part un calculateur qui fournit rapidement le comportement dynamique d'une garniture de forage. Il permet également des études particulières telles que l'étude d'un amortisseur de vibration ou l'influence de la roche forée sur le régime vibratoire de la garniture.

D'autre part, il fournit automatiquement et en temps réel, les grandeurs vibratoires au niveau de l'outil en fonction des grandeurs mesurées en surface.


'Moufle fixe
Cables
Moufle mobile
Tête d'injection crochet
Flexible à boue
Tige d'entrainement
Treuil
Moteurs
Table de rotation
Tete de puits

DESCRIPTION D'UN APPAREIL DE FORAGE

Un appareil de forage comprend trois ensembles distincts :

- des dispositifs permettant la manutention du train de tiges;
- le train de tiges et l'outil;
- un ensemble de circulation hydraulique.

Manutention du train de tiges :

Le train de tiges est suspendu par un crochet à une partie mobile comprenant la tête d'injection de boue dans le puits et un système de poulie.

L'ensemble est fixé à la partie supérieure du derrick par un mouflage à 8 ou 10 brins.

Pour permettre le levage de la garniture, un brin du mouflage s'enroule sur le tambour d'un treuil. La course du levage est de l'ordre de 30 m pour permettre le stockage des tiges par longueur de 27 m.

Circulation hydraulique :

Une série de pompes impose une circulation de boue dans la garniture du forage. La boue est injectée dans le centre creux des tiges et remonte en surface par l'espace compris entre les tiges et les parois du puits.

La boue enlève les déblais arrachés par l'outil sur le front de taille, et les véhicules jusqu'en surface. D'autre part, elle refroidit l'outil pendant son travail, et consolide les parois du puits par la pression qu'elle y applique.

./...

En surface, la boue est tamisée, pour la débarrasser des déblais, puis elle décante et refroidit dans une série de cuves appelées bacs à boue, avant d'être pompée à nouveau vers le fond.

Le train de tiges (garniture de forage)

La garniture transmet au fond, le couple fourni en surface par les moteurs et conduit la boue sur l'outil.

Entre la tête d'injection de la boue et l'outil, on distingue trois types différents de tiges :

- la tige d'entraînement dont la forme extérieure est carrée ou hexagonale qui transmet le mouvement de la table de rotation au train de tiges,
- les tiges, longues de 9 m environ, vissées bout à bout, forment la plus grande partie de la longueur du train de tiges,
- les masses-tiges d'un diamètre supérieur à celui des tiges, dont le rôle est d'alourdir la partie inférieure du train de tiges. Elles comprennent habituellement les masses-tiges de diamètre 8" (200 m environ) et les masses-tiges de diamètre 10" (30 m environ) placées juste au-dessus de l'outil.

Pour détruire la roche on utilise deux sortes d'outils : les tricônes et les outils diamants.

Nous ne décrirons que les premiers qui sont habituellement utilisés dans la phase de diamètre 12"1/4.

Les tricônes sont formés de trois cônes montés sur 3 axes à 120°. Chaque cône est hérissé de dents et au cours de la rotation de l'outil, la percussion de toutes ces dents sur le front de taille détruit la roche.

Habituellement les axes des molettes ne sont pas concourants et un mouvement de glissement se combine au mouvement de rotation sur le front de taille. On distingue plusieurs types d'outils suivant qu'ils sont destinés à forer des terrains tendres. En particulier, le désaxement des molettes et la hauteur des dents sont plus grands dans les outils tendres.

TABLE DES MATIERES

	Pages
1ère partie : IMPEDANCES MECANIQUES	1
- Propagation des ondes longitudinales dans les barres prismatiques.....	2
Rappel des équations	3
- Impédances mécaniques :	
. Matrice des éléments fondamentaux	4
. Matrice de transfert d'une barre prismatique	18
. Générateurs de vibrations	36
. Diagramme logarithmique d'impédance	47
2ème partie : EXCITATION ET REPONSE DU TRAIN DE TIGES.....	62a
- Application des impédances mécaniques à l'étude dynamique du train de tiges	67
- Excitation vibratoire du tricône.....	117
- Impédance mécanique de la roche forée	143
- Traitement du signal de mesure en surface	156
3ème partie : DESCRIPTION TECHNIQUE DU SIMULATEUR ANALOGIQUE	167

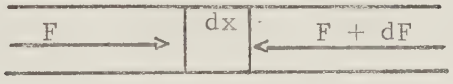
RAPPEL DES EQUATIONS

PROPAGATION DES ONDES AVEC AMORTISSEMENT

Envisageons une barre homogène prismatique de section S où se propage une perturbation longitudinale.

Supposons qu'un amortissement proportionnel à la vitesse de déplacement dissipe une partie de l'énergie de vibration :

Avec les notations évidentes, l'équation d'équilibre d'une section de longueur dx s'écrit :



$$F - (F + dF) - \rho S \frac{\partial V}{\partial t} dx - cV\,dx = 0 \qquad \text{soit}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = - \rho S \frac{\partial V}{\partial t} - cV$$

D'autre part, on a toujours :

$$F = - ES \frac{\partial u}{\partial x} \qquad V = \frac{\partial u}{\partial t}$$ d'où les systèmes d'équations :

$$(1) \quad \frac{\partial V}{\partial x} = - \frac{1}{ES} \frac{\partial F}{\partial t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial x} = - \left[\rho S \frac{\partial V}{\partial t} + c^{V} \right]$$

Supposons que la vibration qui se propage dans la barre soit sinusoïdale, les équations (1) deviennent :

$$(2) \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = - \frac{j\omega}{ES} F \qquad \frac{\partial F}{\partial x} = - (j\omega \rho S + c) V$$

Posons $\frac{j\omega}{ES} = Y$ et $j\omega\rho S + c = Z$

on tire des équations (2) : $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = ZYF$ posons $ZY = \gamma^2$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \gamma^2 F \qquad \text{de même} \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \gamma^2 V$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \gamma^2 u$$

La résolution de l'équation en F donne :

$$F = F_1 e^{\gamma x} + F_2 e^{-\gamma x}$$

F_1 et F_2 sont des constantes d'intégration, réelles ou complexes fixées par les conditions aux limites.

De même :

$$V = V_1 e^{\gamma x} + V_2 e^{-\gamma x}$$

On retrouve dans ces expressions, l'onde directe et l'onde réfléchie. En effet, le terme en $F_1 e^{-\gamma x}$ (ou $V_1 e^{-\gamma x}$) représente une onde se propageant de l'excitateur à l'autre extrêmité de la barre, dans le sens des x positifs.

Le terme $F_2\, e^{\gamma x}$ (où $V_2\, e^{\gamma x}$) représente une onde allant en sens inverse, dans le sens des x négatifs.

Posons : $\gamma = \alpha + j\beta$

Il vient : $e^{-\gamma x} = e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x}$

Le terme $e^{-\alpha x}$ montre que l'amplitude de l'onde incidente décroît avec x, alors que la phase (βx) varie linéairement avec x.

De même, $e^{\gamma x} = e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}$ montre que l'onde décroît en amplitude de l'extrêmité au générateur, puisque x est positif mais décroît avec le déplacement de l'onde vers le générateur.

La connaissance de F et V tout au long de la tige, se ramène donc à déterminer les constantes d'intégration complexes F_1 et F_2 (ou V_1 et V_2).

Explicitons

γ est défini par $\gamma^2 = Z.Y = \frac{(j.\omega)}{ES}(j\omega S + c)$

Posons $\gamma = \alpha + j\beta$

$\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 + 2j\alpha\beta$

$\gamma^2 = (j\omega\rho S + c)\ \frac{j\omega}{ES} = -\frac{\omega^2}{E} + j\rho\frac{\omega c}{ES}$ donc :

$\gamma^2 - \beta^2 = -\frac{\omega 2}{E}\rho$

$2\alpha\beta = \frac{\omega c}{ES}$, élevons au carré :

$\alpha^4 - 2\alpha^2\beta^2 + \beta^4 = \frac{\omega 4\, \rho 2}{E^2}$

$$4\alpha^2\beta^2 = \frac{\omega^2}{E^2 S^2}$$

$$(\alpha^2 + \beta^2)^2 = \frac{\omega^4 \rho^2}{E^2} + \frac{\omega^2 c^2}{E^2 S^2} \quad \text{donc :}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \sqrt{\frac{\omega^4 \rho^2}{E^2} + \frac{\omega^2 c^2}{E^2 S^2}}$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = -\frac{\omega^2 \rho}{E}$$

Il vient :

$$\alpha^2 = \frac{\omega}{2E}\left[-\omega\rho + \frac{1}{S}\sqrt{c^2 + \rho^2 S^2 \omega^2}\right] = \frac{\omega^2}{2a^2}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{c^2}{S^2 \omega^2 \rho^2}}\right]$$

$$\rho^2 = \frac{\omega}{2E}\left[\omega\rho + \frac{1}{S}\sqrt{c^2 + \rho^2 S^2 \omega^2}\right] = \frac{\omega^2}{2a^2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{c^2}{S^2 \omega^2 \rho^2}}\right]$$

Dans l'écriture $\gamma = \alpha + j\beta$, nous avons vu que α représente le terme d'amortissement et β la pulsation. Remarquons qu'ils sont tous deux fonctions de ω donc de la fréquence de l'oscillation.

Remarques :

Si α est petit, c'est-à-dire si $\frac{c^2}{\omega^2 S^2 \rho^2}$ est petit devant 1 (ce qui est souvent le cas), on a :

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2}{2a^2} \cdot \frac{c^2}{2 S^2 \omega^2 \rho^2} = \frac{c^2}{4 S^2 \rho^2 a^2} \quad \text{soit :}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{c}{2\ \rho a S} = \frac{c}{2 Z_c}}$$

L'amortissement devient dans ces conditions indépendant de la fréquence.

α est l'amortissement en népers par mètre. En décibels, l'affaiblissement est 8,686. α 1.

De la même manière :

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{2a^2}\left[2 + \frac{c^2}{2S^2\ \omega^2\ \rho^2}\right] = \frac{\omega^2}{a^2}\left[1 + \frac{c^2}{4S^2\ \omega^2\ \rho^2}\right]$$

La vitesse de propagation avec amortissement est égale à $\frac{\omega}{\beta} = a'$, soit ici :

$$\frac{1}{a'^2} = \frac{1}{a^2}\left[1 + \frac{}{4S^2\ \omega^2\ \rho^2}\right] \qquad \text{ou}$$

$$\frac{1}{a'} \simeq \frac{1}{a}\left[1 + \frac{c^2}{8S^2\ \omega^2\ \rho^2}\right] \qquad \text{soit}$$

$$a' \simeq a\left[1 - \frac{c^2}{8S^2\ \omega^2\ \rho^2}\right]$$

Donc la célérité a' est :

- d'une part diminuée du fait des frottements
- d'autre part elle dépend de la fréquence d'excitation.

Remarquons qu'une perturbation périodique non sinusoïdale, décomposable en série de Fourier se déformera au cours de la propagation, car chaque harmonique se déplace à une vitesse différente : il y a dispersion.

1ère PARTIE

IMPEDANCES MECANIQUES

IMPEDANCES MECANIQUES

La recherche des modes de vibration d'une tige homogène et prismatique est, avant tout, un problème de conditions aux limites.

C'est pourquoi, nous avons essayé de résoudre le problème par la méthode d'impédance mécanique utilisant la théorie des quadripôles passifs. Cette forme d'écriture a l'avantage de tenir compte immédiatement des conditions aux limites.

D'autre part, des conditions d'extrêmité complexes, échappant à la symbolisation classique (masse - ressort, etc ..) pourront être définies numériquement par l'expérience et introduites sous cette forme dans les calculs.

Enfin, cette formulation permettra également de considérer la barre comme un ensemble transportant et déformant une information qui lui est donnée à une extrêmité (l'entrée) et qu'elle restitue à l'autre extrêmité (sortie).

On pourra ainsi définir :

- des fonctions caractéristiques d'entrée dépendant des conditions aux limites de sortie;
- des fonctions caractéristiques de sortie, dépendant des conditions aux limites d'entrée;
- des fonctions de transfert, comme les rapports des forces $\frac{F2}{F1}$ ou de vitesse $\frac{V2}{V1}$.

Dans une première partie, nous présenterons rapidement les notions d'impédance et de mobilité des éléments mécaniques discrets (masse, ressort, amortisseur); puis nous écrirons les matrices impédance des éléments continus.

Comme dans toutes les équations qui vont suivre, le facteur $e^{j\omega t}$ est commun, il ne sera pas écrit.

Par exemple, l'équation :

$$F = Z\,V \text{ ou } F_o e^{j\omega t} = Z\,V_o e^{j\omega t} \text{ sera décrite :}$$

$$F = ZV$$

Cette écriture revient donc à ne considérer dans les équations que le module et la phase.

Nous noterons F_1 V_1 les grandeurs d'entrée, F_2 V_2 les grandeurs de sortie.

MASSE

$$F_1 = F_2 + jM\omega V_2 \qquad \text{soit :}$$

$$\frac{F_1 - F_2}{V_2} = jM\omega$$

$$\boxed{Z_M = jM\omega}$$

L'impédance d'une masse est purement imaginaire, et fonction linéaire de la pulsation : la force et la vitesse sont en quadrature.

On appellera diagramme logarithmique d'impédance, la variation de Z_M avec ω, pour différentes valeurs de M. Ce sont des droites croissantes de pente + 1 (6 db par octave) (Fig. 3).

RESSORT

$$V_1 = j \frac{\omega}{K} F_2 + V_2$$

or $F_1 = F_2$ donc

$$\frac{V_1 - V_2}{F_1} = j \frac{\omega}{K}$$

$$\boxed{Z_R = \frac{K}{j\omega}}$$

L'impédance d'un ressort est proportionnelle à sa raideur et inversement proportionnelle à la pulsation.

Le diagramme logarithmique d'impédance d'un ressort est représenté fig. 4.

C'est une famille de droites décroissantes de pente - 1 (- 6 db par octave)

AMORTISSEUR

$$V_1 = \frac{F_2}{C} + V_2 \qquad F_1 = F_2 \qquad \text{donc}$$

$$\frac{V_1 - V_2}{F_1} = \frac{1}{C}$$

$$Z_a = C$$

L'impédance d'un amortisseur est réelle et indépendante de ω.

Remarque

La force est conservée au travers du ressort et de l'amortisseur ($F_1 = F_2$). Par contre, la masse conserve la vitesse ($V_1 = V_2$) et transforme la force. Les équations précédentes peuvent être écrites sous forme matricielle. Un tableau (fig. 5) rassemble les matrices de transfert des éléments fondamentaux.

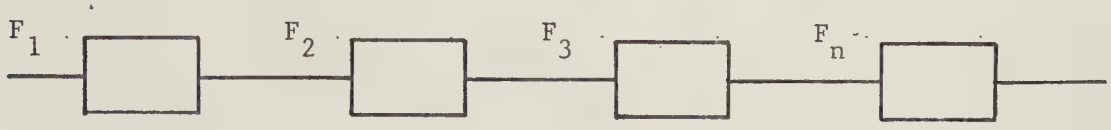
LIAISONS DES ELEMENTS FONDAMENTAUX

Le système mécanique linéaire, écrit sous forme matricielle, constitue un quadripole passif, auquel on peut appliquer les règles classiques du couplage des quadripoles entre eux. Le tableau de la figure 5 donne les matrices de transfert des principaux couplages des éléments simples.

Si on ne désire connaître que l'impédance équivalente d'un système composé d'éléments mécaniques simples, on peut appliquer une méthode plus directe :

1 - Systèmes composés uniquement de ressort et d'amortisseurs

a) Montage en chaîne



Nous avons vu que la force se conserve au travers de ces éléments :

$$F_1 = F_2 = F_3 = ... F_n$$

D'autre part, d'après les formules fondamentales : (M_i représente les mobilités).

$$V_1 = V_2 + M_1 F$$

$$V_2 = V_3 + M_2 F$$

$$V_{n-1} = V_n + M_{n-1} F$$

Il vient : $V_1 = V_n + F \sum M_i$

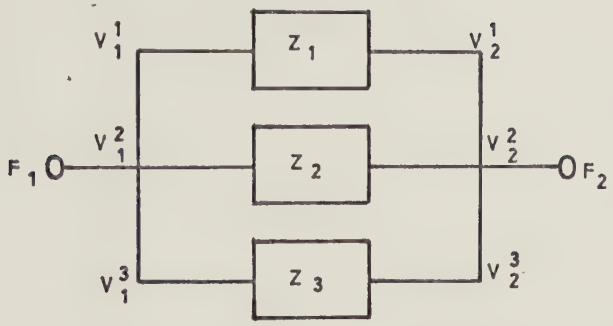
La mobilité équivalente est égale à la somme des mobilités de chaque élément

$$\boxed{M_{eq} = \sum_i M_i}$$

Remarquons ici que cette écriture est possible parce que la force se conserve tout au long de la chaîne (absence de masse).

b) Montage en parallèle

Dans ce montage on a :



$V_1^1 = V_1^2 = V_1^3 = \ldots V_1^n$ et la force appliquée à l'ensemble F_1 est la somme de toutes les forces appliquées à chaque branche.

$$F_1 = \sum_i f_i^i \qquad \text{de même :}$$

$$F_2 = \sum_i \qquad f_2^i \text{ et } f_1^i = f_2^i = F^i$$

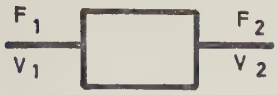
On définit l'impédance équivalente Z_{eq} par :

$$Z_{eq} = \frac{F}{V_1 - V_2} = \frac{\sum F^i}{V_1 - V_2} = \sum_i Z_i$$

$$\boxed{Z_{eq} = \sum_i Z_i}$$

2 - Système de quadripoles comprenant une masse en série

Matrices de transfert.



$$Z_M = jM\omega$$

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & JM\omega \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

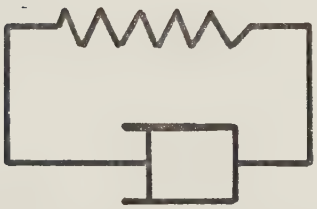
$$Z_K = \frac{K}{j\omega}$$

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ J\frac{\omega}{K} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$Z\alpha = C$$

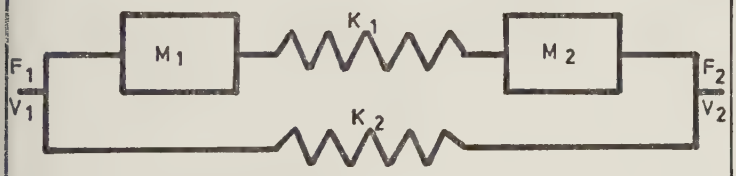
$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{C} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & JM \\ J\frac{\omega}{K} & 1-\frac{M\omega^2}{K} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

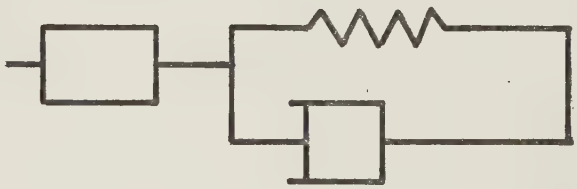


$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{C+\frac{K}{j\omega}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \\ \frac{1}{C}+\frac{j\omega}{K} & 1-\frac{M\omega^2}{K}+\frac{JM\omega}{C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\frac{M_1\omega^2}{K_1+K_2} & j\omega(M_1+M_2)-\frac{M_1M_2}{K_1+K_2}\omega^2 \\ \frac{j\omega}{K_1+K_2} & \frac{M_2\omega^2}{K_1+K_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\frac{jM\omega}{C+\frac{K}{j\omega}} & jM\omega \\ \frac{1}{C+\frac{K}{j\omega}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Figure 5

La matrice de transfert de la masse, lie les états 1 et 2 par la relation :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & j M\omega \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

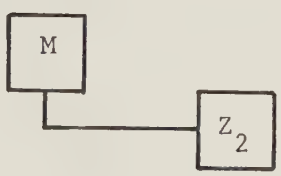
et l'impédance vue en 1 :

$$\frac{F_1}{V_1} = \frac{F_2}{V_2} + j M \omega \quad \text{soit}$$

$$Z_1 = Z_2 + j M \omega$$

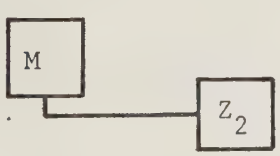
Or $$Z_M = j M \omega$$

Donc, cette formule montre que du point de vue de l'impédance d'entrée, la masse se comporte comme si elle était en parallèle sur l'impédance qui la suit.



Convention

Nous conviendrons de représenter une masse en série de la façon suivante :



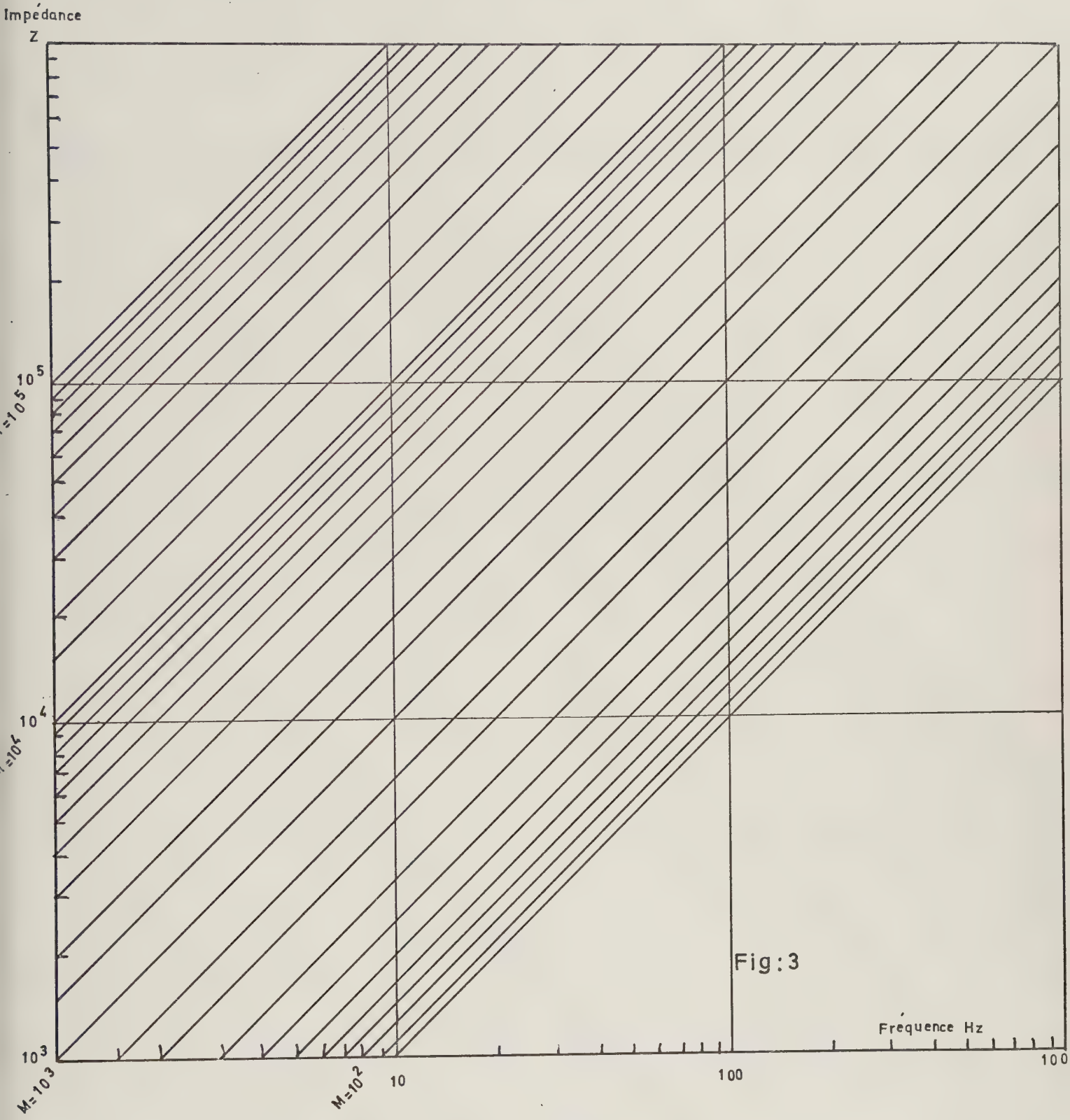


Fig:3

Diagramme log d'impédance d'une masse.

$Z = M.\omega$

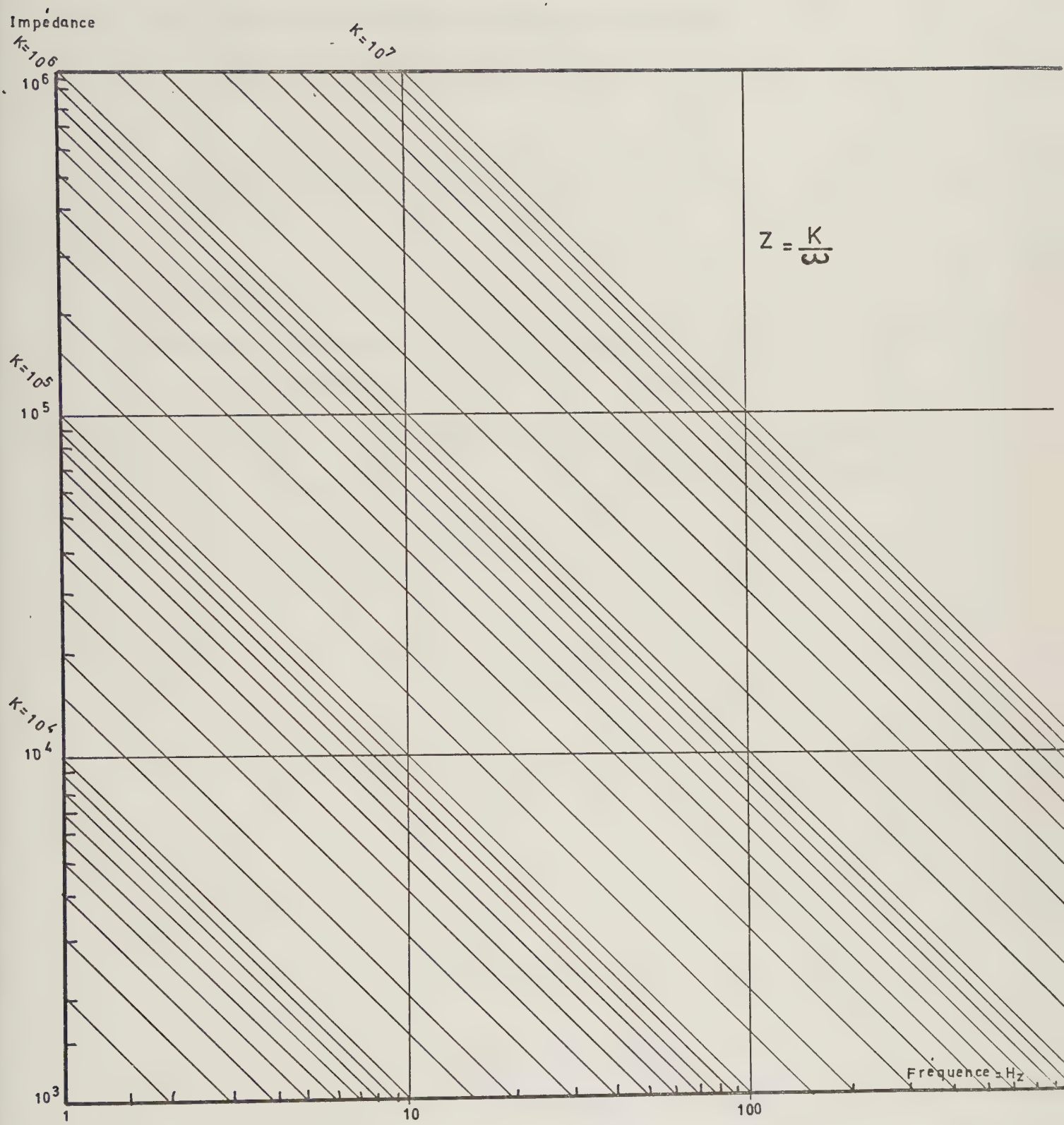


Diagramme log d'impédance d'un ressort

$Z = K / \omega$

Fig :4

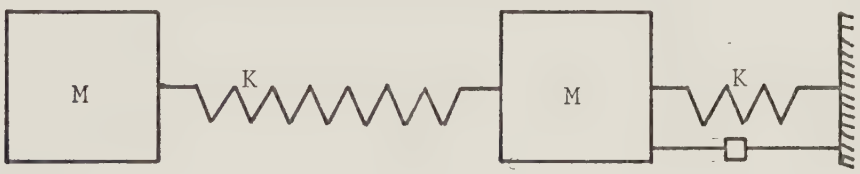
Nous pourrons alors utiliser les règles suivantes :

Eléments en série : $M_{eq} = \sum_i M_i$

Eléments en parallèle : $Z_{eq} = \sum_i Z_i$

Exemple :

Calcul de l'impédance d'entrée d'un système à deux degrés de liberté :



On a :

$$Z = j\,m\,\omega + \frac{k}{j\omega} + c$$

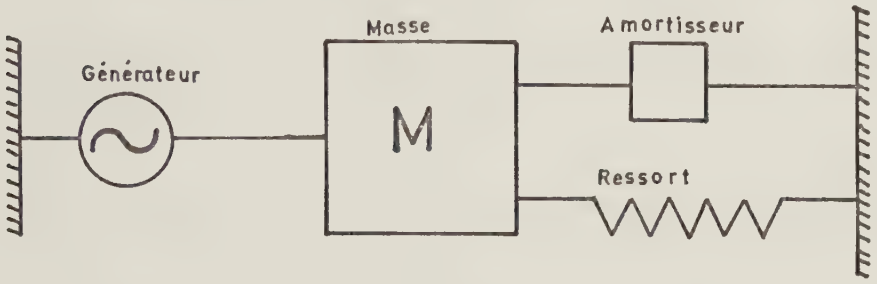
$$\frac{1}{Z} = \frac{j\omega}{K} + \frac{1}{c + \frac{k}{j\omega} + j\,m\omega} = \frac{j\omega\,(c + \frac{k}{j\omega} + j\,m\omega) + K}{K\,(c + \frac{k}{j\omega} + j\,m\omega)}$$

et enfin :

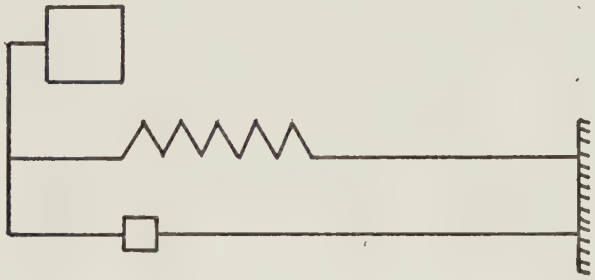
$$Z = j\,M\omega + \frac{K\,(c + \frac{k}{j\omega} + j\,m\omega)}{j\omega\,(c + \frac{K}{j\omega} + j\,m\omega) + R}$$

APPLICATION AUX SYSTEMES DU DEUXIEME ORDRE

Le système comprend une masse, un ressort et un amortisseur :



Pour calculer l'impédance vue du générateur, on utilisera la convention précédente :



$$Z = C + j\left(M\omega - \frac{K}{\omega}\right)$$

Nous utiliserons les coordonnées réduites pour étudier la variation de Z avec ω .

Posons : $Z_0 = \sqrt{KM}$ impédance caractéristique du système

$\omega_0 = \frac{K}{M}$ pulsation propre

$\nu = \frac{C\omega}{\omega_0}$ pulsation réduite

$= \frac{C}{2\sqrt{KM}}$ amortissement réduit

Il vient :

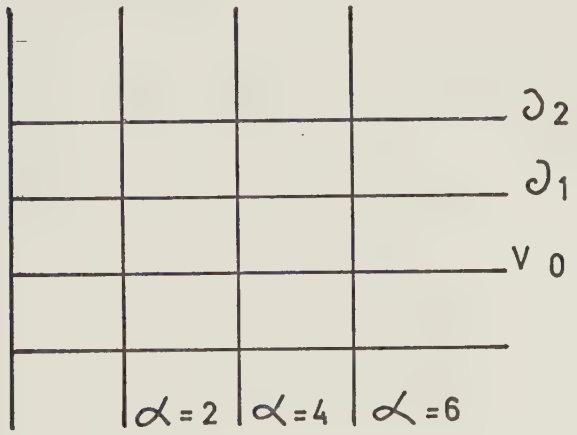
$$\frac{Z}{Z_0} = z = \frac{C}{\sqrt{KM}} + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

$$z = 2\alpha + j \left(\vartheta - \frac{1}{\vartheta}\right)$$

Pour $\vartheta = 1$, quel que soit α , l'impédance réduite du système est minimum, et réelle, égale à 2α .

La représentation de z dans le plan complexe (Plan de NYQUIST) est un quadrillage du plan par deux familles de droites :

- une famille de droites perpendiculaires à l'axe réel, graduées en α
- l'autre, perpendiculaires à l'axe imaginaire graduées en ϑ (fig. 6).



On a reporté, (fig. 6a) /z/ lu dans le plan de NYQUIST, pour différentes valeurs de α .

Remarque

1 - Pour ϑ supérieur à 10 ou inférieur à 1/10, on peut pratiquement confondre la valeur de l'impédance du système avec l'impédance de la masse ($\vartheta > 10$) ou avec l'impédance du ressort ($\vartheta < \frac{1}{10}$).

2 - On retrouve graphiquement la valeur de ω_o en superposant les diagrammes logarithmiques d'impédance d'un ressort ($/Z/ = \frac{K}{\omega}$) et d'une masse ($/Z/ = M\omega$). L'intersection des courbes correspondantes donne immédiatement ω_o (Figure 6b).

Diagramme d'impédance

Système du 2e ordre

—— (Plan de Nyquist) ——

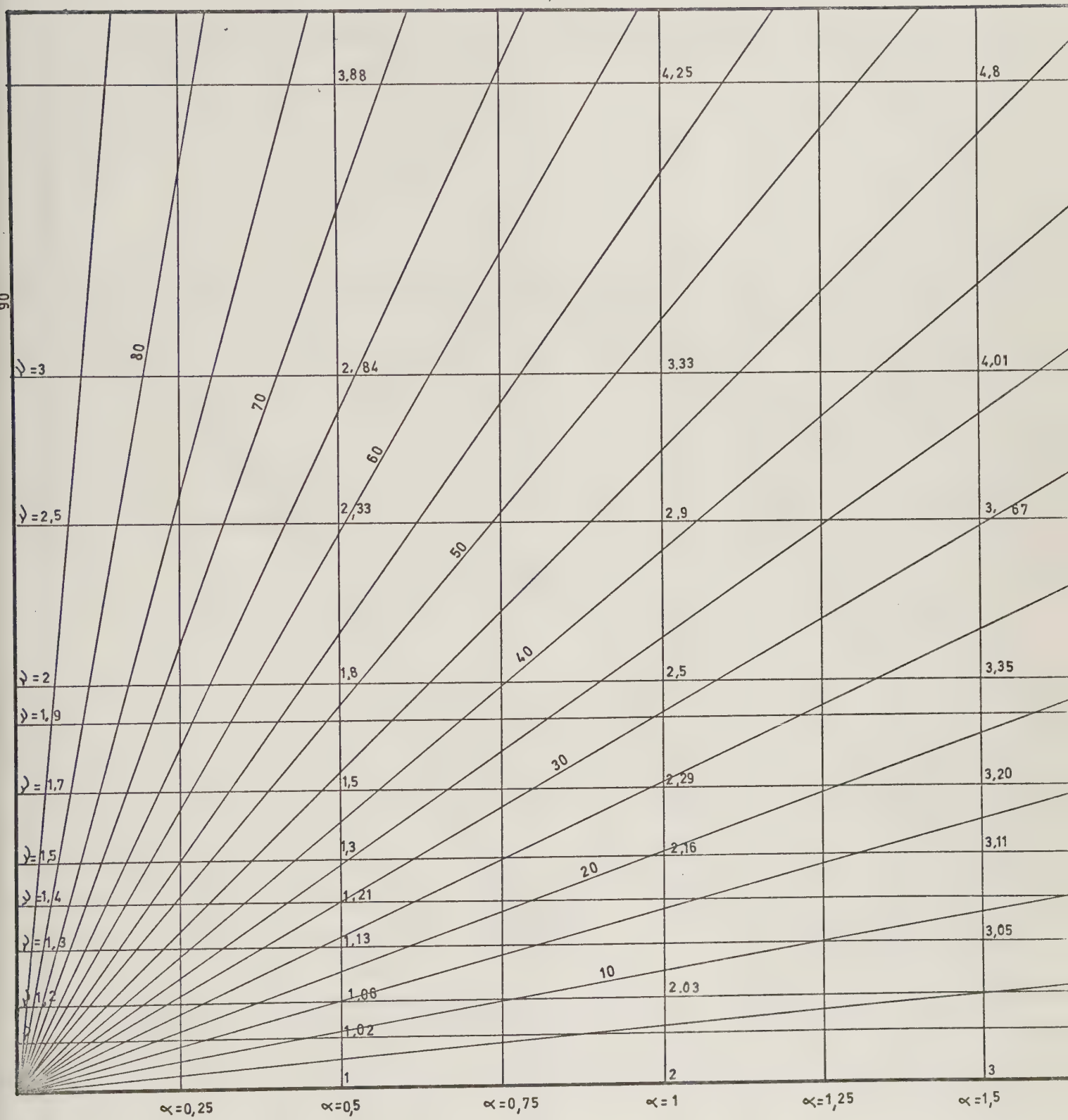


Fig:6

Module de l'impédance d'entrée

d'un système du second ordre.

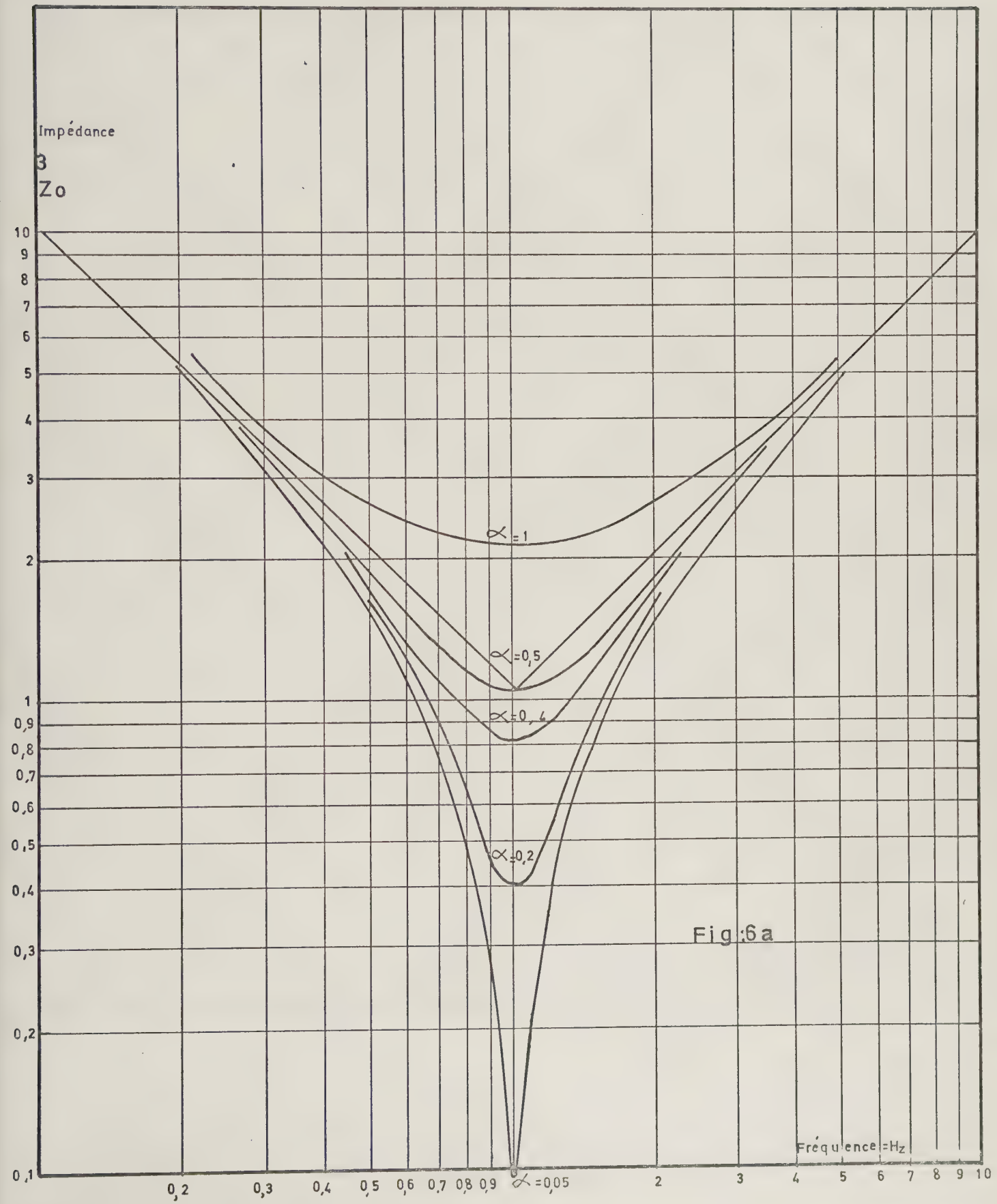


Fig.6a

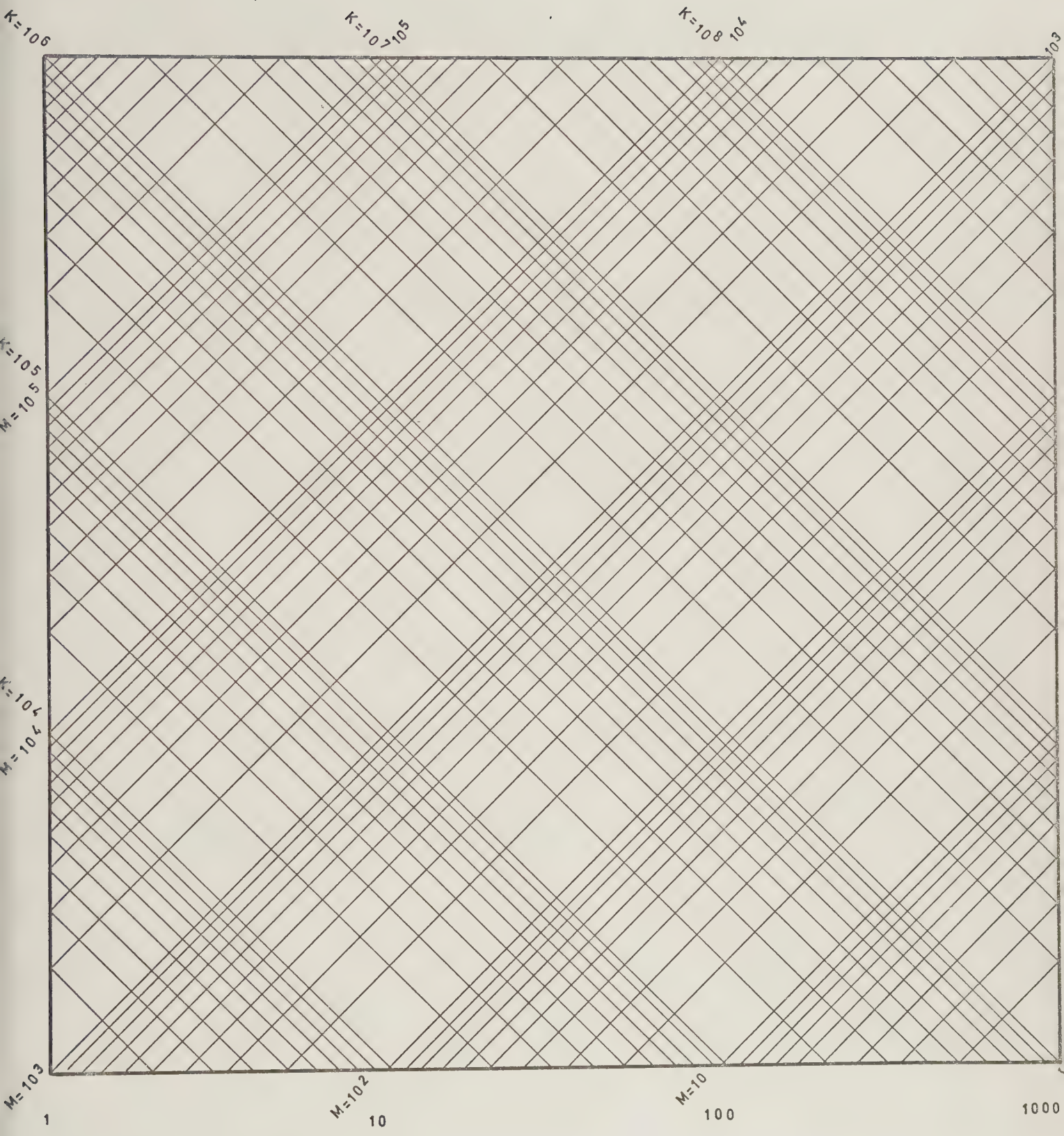

K=10^6
K=10^7 10^5
K=10^8 10^4
K=10^5
M=10^5
K=10^4
M=10^4
M=10^3
M=10^2
M=10
1
10
100
1000

Fig :6 b

MATRICE DE TRANSFERT D'UNE BARRE SOUMISE A UNE EXCITATION SINUSOIDALE

Reprenons les équations écrites page A

$$\frac{\partial V}{\partial x} = - j \frac{\omega}{ES} F \qquad \frac{\partial F}{\partial x} = - (j\omega\rho S + C) V$$

Soit, avec $Z = (j\omega\rho S + C)$ et $Y = j \frac{\omega}{ES}$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = - YF \qquad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial x} = - ZV \tag{1}$$

Posons :

$$\gamma^2 = ZY \text{ soit } \frac{Z}{\gamma} = \frac{\gamma}{Y} = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

On posera $\sqrt{\frac{Z}{Y}} = Z_c$ impédance caractéristique de la barre.

Remarquons qu'en l'absence de frottement, on retrouve la valeur de Z_c définie précédemment :

$$Z = j\omega\rho S$$

$$Y = \frac{j\omega}{ES} \qquad \frac{Z}{Y} = \rho\, ES^2 = \rho^2 \cdot \frac{ES^2}{\rho} = \rho^2\, S^2\, a^2$$

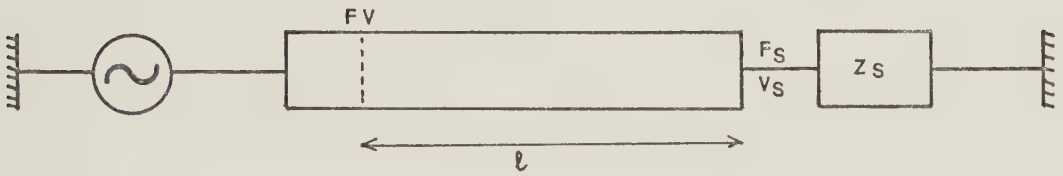
/...

L'intégrale de l'équation écrite page :

$$F = F_1 \; e^{\gamma x} + F_2 \; e^{-\gamma x} \quad \text{de (1) en tire :}$$

$$V = \frac{-\gamma}{Z} \; (F_1 \; e^{\gamma x} - F_2 \; e^{-\gamma x}) \quad \text{soit :}$$

$$V = \frac{1}{Z_c} \; (F_1 \; e^{\gamma x} - F_2 \; e^{-\gamma x})$$



Soit L, la longueur de la barre, l, la distance du point d'abscisse x à la charge. Il vient :

$$x = L - l$$

$$F = F_1 \; e^{\gamma (L-l)} + F_2 \; e^{-\gamma (L-l)}$$

$$V = \frac{1}{Z_c} \left[F_1 \; e^{\gamma (L-l)} - F_2 \; e^{-\gamma (L-l)} \right]$$

Sur la charge, où a lieu la réflexion, on a:

$$F_s = F_1 \; e^{\gamma L} + F_2 \; e^{-\gamma L}$$

$$V_s = \frac{1}{Z_c} \; (F_1 \; e^{\gamma L} - F_2 \; e^{-\gamma L}) \quad \text{avec :}$$

$$\frac{F_s}{V_s} = Z_s$$

De ce système de trois équations, on tire :

$$F_s = F_1 e^{\gamma L} + F_2 e^{-\gamma L}$$

$$Z_c \frac{F_s}{Z_s} = - F_1 e^{\gamma L} + F_2 e^{-\gamma L}$$ d'où les valeurs des constantes d'intégration F_1 et F_2 en fonction de l'impédance de sortie :

$$F_1 = \frac{F_s}{2} \left(1 - \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{-\gamma L} \quad \text{et} \quad F_2 = \frac{F_s}{2} \left(1 + \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{\gamma L}$$

Soit, en reportant dans l'expression de F :

$$F = \frac{F_s}{2} \left(1 - \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{-\gamma L} e^{\gamma (L-1)} + \frac{F_s}{2} \left(1 + \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{\gamma L} e^{-\gamma (L-1)}$$

$$Z_c V = - \left[\frac{F_s}{2} \left(1 - \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{-\gamma 1} - \frac{F_s}{2} \left(1 + \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{\gamma 1} \right]$$

Regroupons les termes exponentiels :

$$F = + \frac{F_s}{Z_s} (Z_s - Z_c) \frac{e^{-\gamma 1}}{2} + \frac{F_s}{2 Z_s} (Z_s + Z_c) e^{\gamma 1}$$

$$Z_c V = - \frac{F_s}{Z_s} (Z_s - Z_c) \frac{e^{-\gamma 1}}{2} + \frac{F_s}{Z_s} (Z_s + Z_c) \frac{e}{2}^{\gamma 1}$$

./...

Posons :

$$\text{ch } \gamma l = \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \qquad \text{sh } \gamma l = \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2}$$

Il vient :

$$F = F_s \text{ ch } \gamma l + \frac{F_s}{Z_s} Z_c \text{ sh } \gamma l$$

$$V = \frac{F_s}{Z_c} \text{ sh } \gamma l + \frac{F_s}{Z_s} \text{ ch } \gamma l$$

On peut écrire ces équations sous forme matricielle : (en remarquant que

$$\frac{F_s}{Z_s} = V_s).$$

$$\begin{pmatrix} F \\ V \end{pmatrix} = \frac{1}{Z_c} \begin{matrix} \text{ch } \gamma l & Z_c \text{ sh } \gamma l \\ \text{sh } \gamma l & \text{ch } \gamma l \end{matrix} \begin{pmatrix} F_s \\ V_s \end{pmatrix}$$

Dans le cas d'une tige de longueur L en notant les grandeurs d'entrée (1) celle de sortie (charge) par l'indice (2), il vient :

$$\begin{matrix} F_1 \\ V_1 \end{matrix} = \begin{matrix} \text{ch } \gamma L & Z_c \text{ sh } \gamma L \\ \frac{1}{Z_c} \text{ sh } \gamma L & \text{ch } \gamma L \end{matrix} \begin{matrix} F_2 \\ V_2 \end{matrix}$$

En l'absence de frottement, le terme γ se simplifie en $j\beta$, avec $\beta = \frac{\omega}{a} \propto$

Or $\quad ch\left(j\ \frac{\omega l}{a}\right) = \cos\left(\frac{\omega l}{a}\right)$

$sh\left(j\ \frac{\omega l}{a}\right) = \sin\left(\frac{\omega l}{a}\right)$ d'où la matrice de transfert :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\ \frac{\omega l}{a} & j\ Z_c \sin\ \frac{\omega l}{a} \\ \frac{j}{Z_c}\ \sin\ \frac{\omega l}{a} & \cos\ \frac{\omega l}{a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Diagramme mécanique

Donc, la matrice de transfert d'une barre est entièrement définie par deux paramètres :

- l'impédance caractéristique $Z_c = \rho a S$
- le produit γL

On remarque d'autre part, que cette matrice vérifie la condition des quadripôles passifs : son déterminant est égal à 1.

A partir de cette matrice, nous définirons les grandeurs suivantes :

- impédance d'entrée $Z_1 = \frac{F_1}{V_1}$

- impédance de sortie $Z_2 = \frac{F_2}{V_2}$

- impédance de transfert $Zt = \frac{F_1}{V_2}$

- transfert de vitesse $V_{21} = \frac{V_2}{V_1}$

- transfert de force $F_{21} = \frac{F_2}{F_1}$

Remarquons que : $Z_1 = Z_t \times V_2$

et : $$Z_t = \frac{Z_2}{F_{21}}$$

Les expressions des grandeurs précédentes, en fonction des caractéristiques de la tige et des conditions aux limites sont tirées de la matrice générale :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ch } \gamma 1 & Z_c & \text{sh } \gamma 1 \\ \frac{1}{Z_c} \text{ sh } \gamma 1 & & \text{ch } \gamma 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

ou en l'absence de frottement :

$$F_1 = \cos \frac{\omega 1}{a} F_2 + j Z_c \sin \frac{\omega 1}{a} V_2$$

$$V_1 = \frac{j}{Z_c} \sin \frac{\omega 1}{a} F_2 + \cos \frac{\omega 1}{a} V_2$$

./...

De ces deux systèmes d'équations, nous tirons les expressions fondamentales rassemblées dans le tableau ci-dessous :

Fonctions (Z_2 impédance de charge)	Absence de frottement visqueux	Avec frottement visqueux
Transfert en vitesse (V_{21})	$\dfrac{1}{\cos \frac{\omega l}{a} + j \frac{Z_2}{Z_c} \sin \frac{\omega l}{a}}$	$\dfrac{1}{\mathrm{ch}\, \gamma l + \frac{Z_2}{Z_c} \mathrm{sh}\, \gamma l}$
Transfert en force (F_{21})	$\dfrac{1}{\cos \frac{\omega l}{a} + j \frac{Z_c}{Z_2} \sin \frac{\omega l}{a}}$	$\dfrac{}{\mathrm{ch}\, \gamma l + \frac{Z_c}{Z_2} \mathrm{sh}\, \gamma l}$
Impédance de transfert (Z_t)	$Z_2 \cos \frac{\omega l}{a} + j\, Z_c \sin \frac{\omega l}{a}$	$Z_2\, \mathrm{ch}\, \gamma l + Z_c\, \mathrm{sh}\, \gamma l$
Impédance d'entrée (Z_1)	$Z_2 \dfrac{Z_2 \cos \frac{\omega l}{a} + j Z_c \sin \frac{\omega l}{a}}{Z_c \cos \frac{\omega l}{a} + j\, Z_2 \sin \frac{\omega l}{a}}$	$Z_c \dfrac{Z_2 \mathrm{ch}\, \gamma l + Z_c\, \mathrm{sh}\, \gamma l}{Z_c \mathrm{ch}\, \gamma l + Z_2\, \mathrm{sh}\, \gamma l}$

Rappelons que :

$$\mathrm{ch}\, \gamma l = \mathrm{ch}\, (\alpha + j\beta)\, l = \mathrm{ch}\, \alpha l \cos \beta l + j\, \mathrm{sh}\, \alpha l \sin \beta l$$

$$\mathrm{sh}\, \gamma l = \mathrm{sh}\, (\alpha + j\beta)\, l = \mathrm{sh}\, \alpha l \cos \beta l + j \cos \alpha l \sin \beta l$$

Remarquons que l'impédance d'entrée peut s'écrire sous une autre forme :

$$Z_1 = Z_c \frac{Z_2 \ \mathrm{ch}\,\gamma l + Z_c \ \mathrm{sh}\,\gamma l}{Z_c \ \mathrm{sh}\,\gamma l + Z_2 \ \mathrm{sh}\,\gamma l}$$

$$\frac{Z_1}{Z_c} = \frac{\frac{Z_2}{Z_c} + \mathrm{th}\,\gamma l}{1 + \frac{Z_2}{Z_c} \ \mathrm{th}\,\gamma l}$$

Posons : $Z'_1 = \frac{Z_1}{Z_c}$, impédance réduite d'entrée

$$Z'_2 = \frac{Z_2}{Z_c} \quad \text{, impédance réduite de sortie}$$

Il vient :

$$Z'_1 = \frac{\mathrm{th}\,\gamma l + Z'_2}{1 + Z'_2 \ \mathrm{th}\,\gamma l}$$

Nous étudierons rapidement quelques fonctions caractéristiques de la réponse d'une barre à une excitation harmonique.

Etude de la fonction de transfert en vitesse V_{21}

Nous nous placerons dans le cas suivant :

- barre de longueur l, de masse volumique ρ, section S
- vitesse du son dans la barre a
- la propagation des ondes s'effectue sans frottement
- l'impédance de charge est réelle, impédante de ω, égale à P'.

Dans l'hypothèse d'absence de frottement visqueux, les cosinus hyperb. et sinus hyp. se réduisent en cos et sin, il vient :

$$V_{21} = \frac{1}{\cos \frac{\omega l}{a} + \frac{jP'}{Z_C} \sin \frac{\omega l}{a}}$$

Posons : $\frac{P'}{Z_c} = \frac{P'}{\rho a S} = P$ soit :

$$V_{21} = \frac{1}{\cos \frac{\omega l}{a} + jP \sin \frac{\omega l}{a}} \qquad \text{et} \quad /V_{21}/ = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \frac{\omega l}{a} + p^2 \sin^2 \frac{\omega l}{a}}}$$

Donc $/V_{21}/$ est une fonction périodique en ω, de période $\frac{\pi}{\rho}$ a, ou, en posant $f_o = \frac{a}{21}$, fréquence de vibration en demi longueur d'onde :

$$\frac{\omega l}{a} = 2\pi f. \frac{1}{2f_o} = \frac{\pi f}{f_o} \text{ , soit, avec cette nouvelle variable :}$$

$$/V_{21}/^2 = \frac{}{\cos^2 \frac{\pi f}{f_o} + p^2 \sin^2 \frac{\pi f}{f_o}}$$

Il suffira de faire varier $\frac{f}{f_o}$ entre 0 et 1. Avec cette notation, la longueur 1 de la tige disparaît de l'expression de (V_{21}), seule intervient la grandeur réduite f/f_o.

On a :

$$(V_{21})' = \frac{(\pi/f_o) \sin \pi f/f_o \, . \cos \pi f/f_o \, (p^2 - 1)}{(\cos^2 \pi f/f_o + p^2 \sin^2 \pi f/f_o)^{3/2}}$$

$(V'_{21}) = 0$ pour $f/f_o = 0$ et 1 et $0,5$

Si $p^2 - 1 < 0$ $\qquad p < 1$

$/V_{21}/$ croît de $\frac{f}{f_o} = 0$ à $\frac{f}{f_o} = 0,5$ et décroît ensuite le maximum vaut :

$$/V_{21}/_{max.} = \frac{1}{P}$$

Si $P^2 - 1 > 0$ $\qquad P > 1$

Les résultats précédents sont inversés :

$$(V_{21})_{mini} = \frac{1}{P}$$

D'où le tracé d'une famille de courbes pour différentes valeurs de P. Remarquons que pour P = 1, $V_{21} = 1$. La barre est chargée sur son impédance caractéristique, il ne peut s'établir d'ondes stationnaires.

- les courbes F_{21} sont déduites des courbes V_{21} : il suffit de remplacer la graduation en P par une graduation en $\frac{1}{P}$ (fig. 7 et 8).

Remarque

Le rapport $P = \frac{P}{Z_c}$ caractérise le "degré d'encastrement" de la barre : si $P < 1$, l'impédance de charge est inférieure à l'impédance caractéristique. Plus P augmente, plus la barre se comporte comme une barre encastrée.

Etude de l'impédance de transfert Z_t : $\frac{E_1}{V_2}$

Nous nous placerons dans les mêmes hypothèses que précédemment :

$$Z_{12} = P \cos \frac{\omega l}{a} + j Z_c \sin \frac{\omega l}{a}$$

$$= P \cos \frac{\pi f}{f_o} + j Z_c \sin \frac{\pi f}{f_o}$$

$$/Z_{12}/^2 = P^2 \cos^2 \frac{\pi f}{f_o} + Z_c^2 \sin^2 \frac{\pi f}{f_o} = Z_C^2 \left(\frac{P^2}{Z_c^2} \cos^2 \frac{\pi f}{f_o} + \sin^2 \frac{\pi f}{f_o} \right)$$

Remarquons que si $P = Z_c$, l'impédance de transfert est égale à l'impédance caractéristique.

$$/Z_{12}/ = Z_c \sqrt{\frac{P^2}{Z_c^2} \cos^2 \frac{\pi f}{f_o} + \sin^2 \frac{\pi f}{f_o}}$$

$$/Z'_{12}/ = Z_c \frac{1}{\sqrt{\frac{P^2}{Z_c^2} \cos^2 \frac{\pi f}{f_o} + \sin^2 \frac{\pi f}{f_o}}} \cdot 2 \frac{\pi}{f_o} \sin \frac{\pi f}{f_o} \cos \frac{\pi f}{f_o} \left(1 - \frac{P^2}{Z_c^2}\right)$$

- si $\frac{P}{Z_c} < 1$ $/Z_{12}/$ croît pour $0 < \frac{\pi f}{f_o} < 0{,}5$

décroît $0{,}5 < \frac{\pi f}{f_o} < 1$

- si $\frac{P}{Z_c} > 1$ les résultats sont inversés

pour $\frac{f}{f_o} = 0$; $\frac{/Z_{12}/}{Z_c} = \frac{P}{Z_c}$

$\frac{f}{f_o} = 0{,}5$; $\frac{/Z_{12}/}{Z_c} = 1$ (fig. 9)

Etude de l'impédance d'entrée

En adoptant toujours les mêmes hypothèses, l'impédance d'entrée s'écrit :

$$Z_1 = Z_c \frac{Z_2 \cos \frac{\omega l}{a} + j Z_c \sin \frac{\omega l}{a}}{Z_c \cos \frac{\omega l}{a} + j Z_2 \sin \frac{\omega l}{a}} ; \frac{Z_2}{Z_c} = P$$

$$\frac{Z_1}{Z_c} = Z_1$$

$$Z_1 = \frac{P \cos \frac{\omega l}{a} + j \sin \frac{\omega l}{a}}{\cos \frac{\omega l}{a} + j P \sin \frac{\omega l}{a}}$$

$$/Z_1/ = \sqrt{\frac{P^2 \cos^2 \frac{\omega l}{a} + \sin^2 \frac{\omega l}{a}}{\cos^2 \frac{\omega l}{a} + p^2 \sin^2 \frac{\omega l}{a}}}$$

C'est une fonction périodique en ω, de période $\frac{\pi a}{l}$. On peut l'écrire sous la forme avec $f_o = \frac{a}{2l}$.

$$/Z_1/ = \sqrt{\frac{P^2 \cos^2 \frac{\pi f}{f_o} + \sin^2 \frac{\pi f}{f_o}}{\cos^2 \frac{\pi f}{f_o} + P^2 \sin^2 \frac{\pi f}{f_o}}}$$

Il suffira de faire varier $\frac{f}{f_o}$ de 0 à 1.

- si $P > 1$: la fonction $/Z_1/$ est décroissante et passe par un minimum pour $\frac{f}{f_o} = 0,5$. Elle prend en ce point, la valeur $\frac{1}{p}$.

$\frac{f}{f_o} = 0$ et $\frac{f}{f_o} = 1$, la fonction est maximum et vaut P.

- Si $P < 1$: les résultats précédents sont inversés : la fonction est minimum pour $\frac{f}{f_o}$ égal à 0 et 1, elle prend alors la valeur P.

  Pour $\frac{f}{f_o} = 0{,}5$, $/Z_1/$ est maximum et égal à $\frac{1}{P}$. (Fig. 10).

Toutes ces courbes sont périodiques du fait de l'absence de frottement visqueux.

Une tige excitée aux fréquences n. $\frac{a}{2l}$ (n entier) se comporte du point de vue de la source comme une tige de longueur nulle. A ces fréquences

$$V_{21} = F_{21} = 1 \text{ et } Z_t = Z_i = P$$

Une tige vibrant aux fréquences n $\frac{a}{4l}$ se comporte comme un transformateur de force ou de vitesse, de rapport de transformation :

$\frac{\rho aS}{P}$ pour la vitesse, et $\frac{P}{\rho aS}$ pour la force. A ces fréquences $Z_t = \rho a S$ et $Z_1 = \left(\frac{\rho aS}{P}\right)^2$.

Généralisation à des fonctions F et V non sinusoïdales

Supposons que la force F_1 à l'entrée du système soit une fonction donnée du temps, $F_1(t)$, non sinusoïdale.

$F_1(t)$ est une fonction physique, admet en général une transformée de FOURIER $f_1(\omega)$ telle que :

$$F_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega$$

La force $F_1'(t)$ correspondant aux fréquences comprises entre ω et $\omega + d\omega$ est :

$$f_1(\omega) \cdot e^{j\omega t} \, d\omega$$

Dans cet intervalle de fréquence la force en sortie du système $F_2'(t)$ a pour expression :

$$f_1(\omega) \, e^{j\omega t} \cdot F_{21}(\omega) \, d\omega$$

En sommant sur tout le domaine des fréquences contenues dans $F_1(t)$, il vient :

$$F_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\omega) \, e^{j\omega t} \, F_{21}(\omega) \, d\omega$$

Autrement dit :

Le spectre de la fonction de sortie est égal au spectre de la fonction d'entrée, multiplié par la fonction de transfert du système.

$|V_{21}|$ ou $|F_{21}|$

Transfert de force et de vitesse d'une barre prismatique

___ Impédance de sortie réelle ___

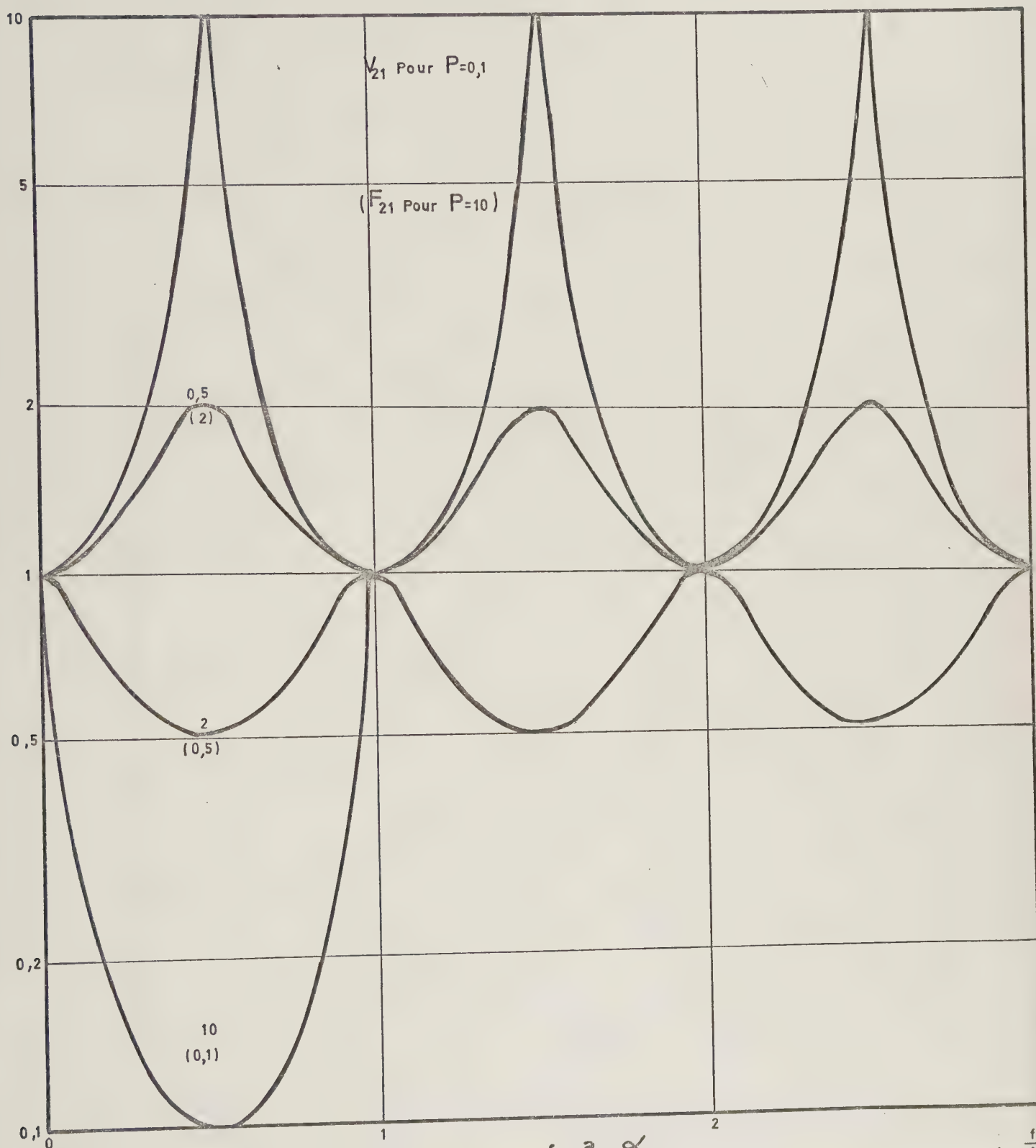


Fig:7

$f = \frac{a}{2L} \propto$

$p = \frac{Z_2}{Z_c}$

Transfert de force

(Plan de Nyquist)

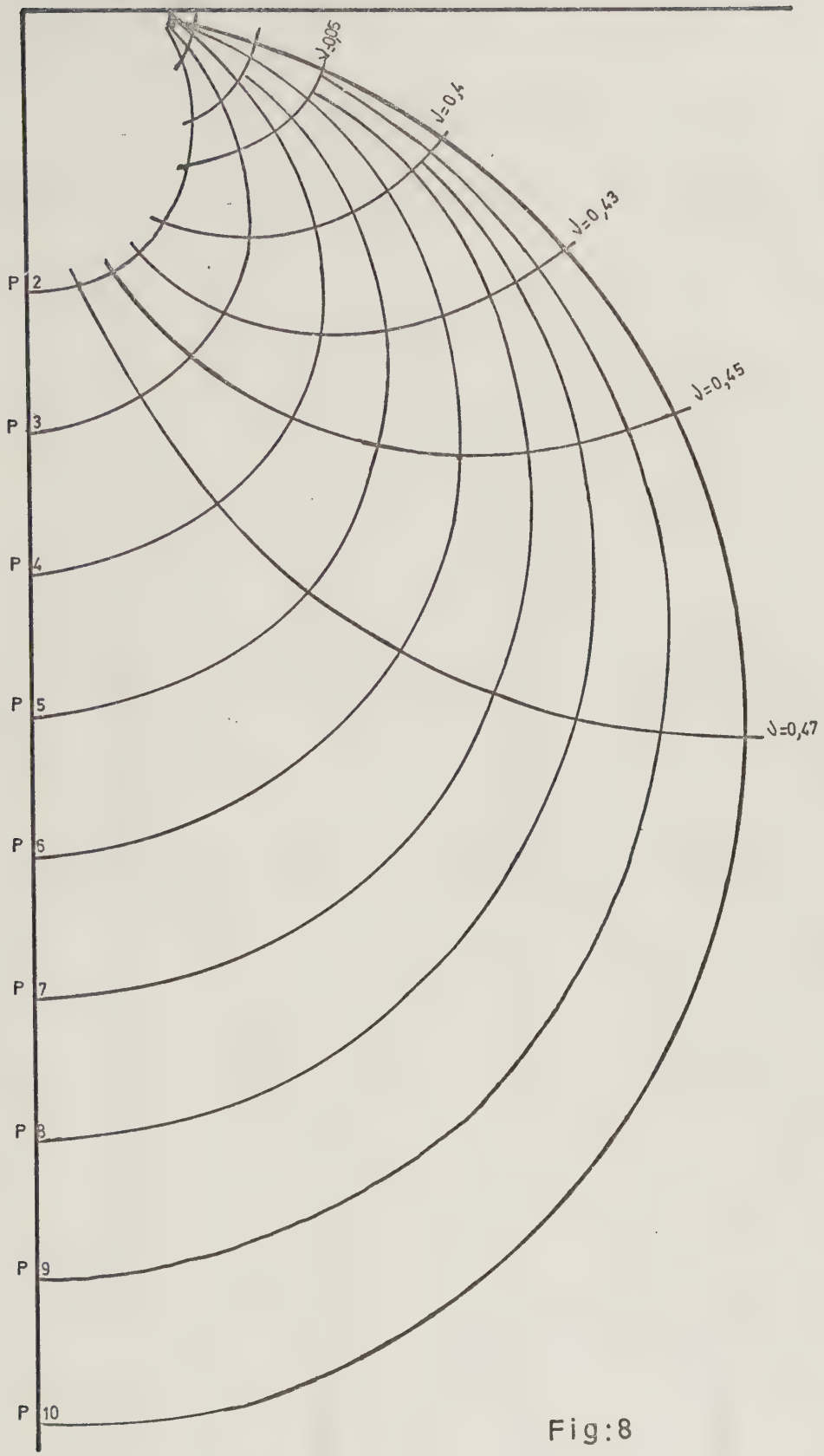


Fig:8

$$\nu = \frac{f}{f}$$

$$f = \frac{a}{2l}$$

$$P = \frac{Z2}{Zc}$$

$\frac{Zt}{Zc}$

___ Impédance de sortie réelle ___

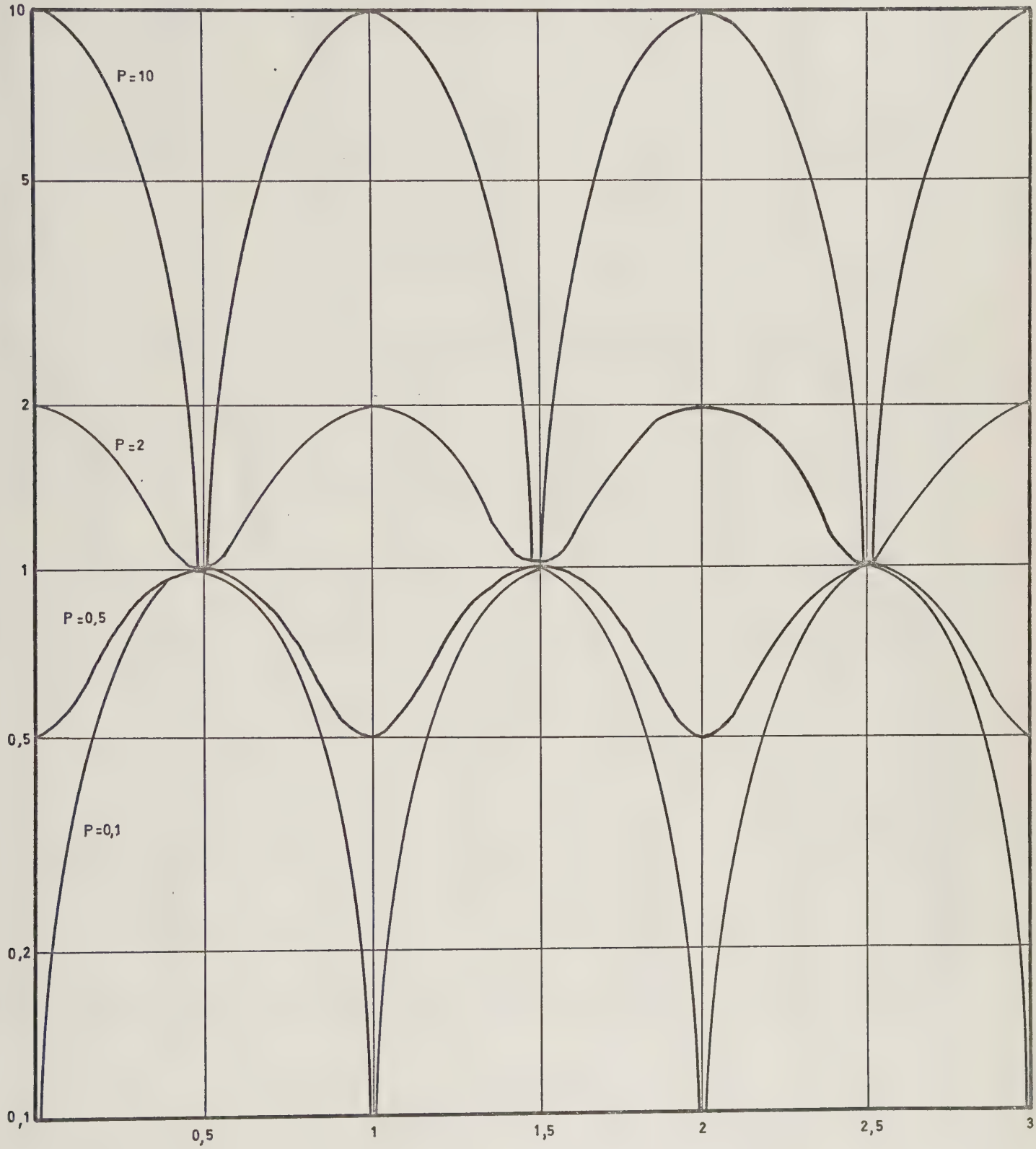


Fig:9

$P = \frac{Z_2}{Z_0}$

$\frac{f}{f_0}$

$F_0 = \frac{a}{2L}$

α

Impédance d'entrée d'une barre prismatique

$\frac{|z|}{zc}$

Impédance de sortie réelle

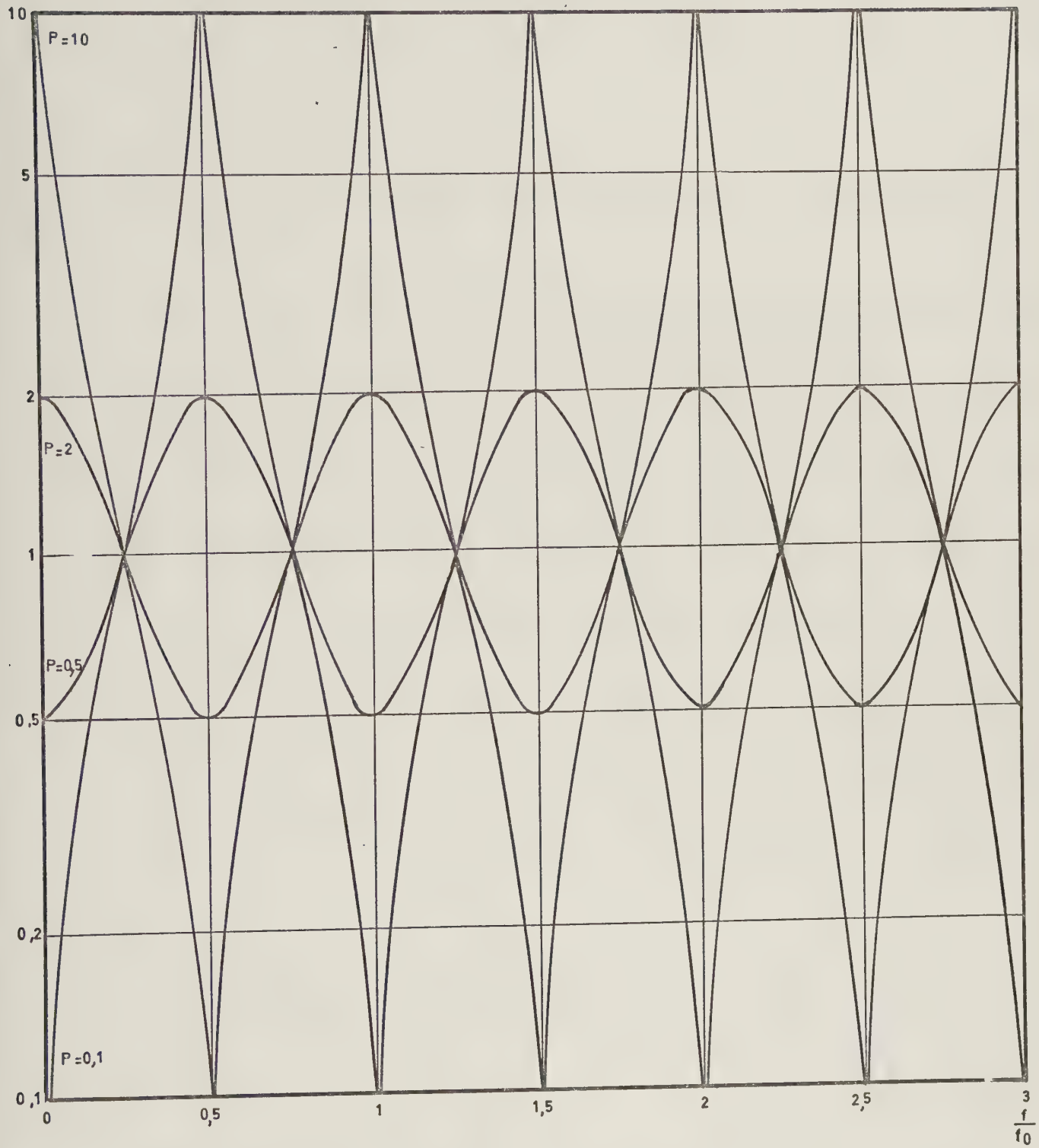


Fig:10

$f_0 = \frac{a}{2L}$

$Zc = \rho a s$

$P = \frac{Z2}{Zc}$

GENERATEURS DE VIBRATIONS

Les dispositifs mécaniques engendrant des vibrations sont appelés générateurs de vibrations.

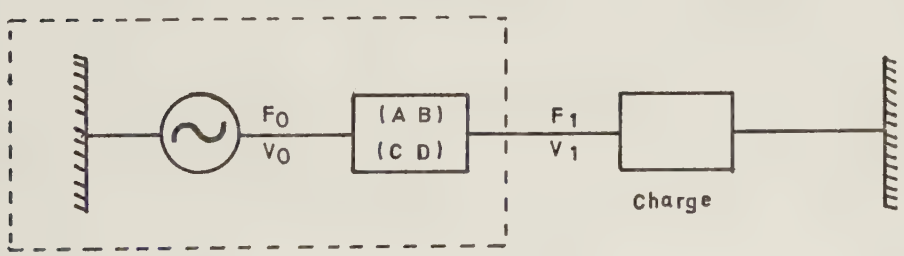
Les générateurs idéaux excitent la charge sur laquelle ils sont connectés à une fréquence, une amplitude et une phase parfaitement fixée.

On peut distinguer deux types parfaits de générateurs mécaniques :

a) les générateurs de vitesse, qui excitent la charge à vitesse constante quelle que soit l'impédance qui leur est offerte.

b) les générateurs de force qui excitent la charge à force constante.

En fait, les générateurs rencontrés usuellement sont plus complexes. L'amplitude d'excitation en force ou en vitesse dépend de l'impédance sur laquelle ils sont chargés. Pour tenir compte de leurs propriétés dynamiques, ces générateurs seront décomposés en un générateur simple, du type force constante ou vitesse constante, suivi d'une matrice de transfert caractérisant leur comportement en charge. La définition complète du fonctionnement d'un générateur suppose la mesure, ou le calcul des coefficients de cette matrice.



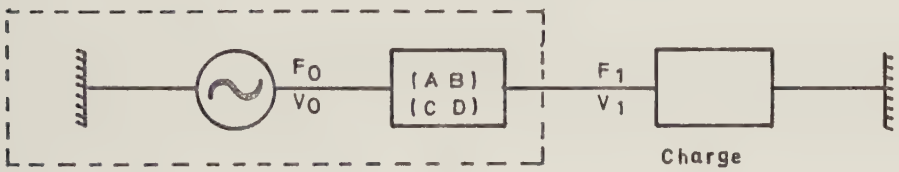
Dans la pratique, on recherchera vers quel type de générateur théorique semble se rapprocher le plus, le générateur étudié. Par exemple, un moteur muni d'un balourd sur son arbre sera proche d'un générateur de force. Par contre,

l'outil de forage travaillant sur une roche impose entre le front de taille et la roche, un déplacement constant; le contact "outil roche" est donc proche d'un générateur de vitesse.

A - GENERATEURS TERMINANT UNE CHAINE D'IMPEDANCES

1) Générateur de force

Le schéma de principe adopté est le suivant :



Le générateur complet est compris dans la partie en pointillés.

La mesure n'a accès qu'aux valeurs de F_1 et V_1. Nous définissons une série d'essais qui permettent de caractériser ce générateur :

- essai 1 : plaçons en 1 une impédance de charge infinie. Les équations définissant cet état sont les suivantes :

$F_1 = F_b$ (force avec extrêmité bloquée)

$V_o = V_{ob}$ Vitesse au niveau du générateur pour cette condition de charge particulière.

$V_1 = 0$. Vitesse nulle.

$F_o = F_o$

Avec les notations indiquées sur la figure, on a :

$$F_o = A\,F_1 + B\,V_1 \quad (1)$$

$$V_o = C\,F_1 + D\,V_1$$

Dans les conditions de l'essai, ces équations deviennent :

$$F_o = A\,F_b \qquad \text{et}$$

$$V_o = C\,F_b = \frac{C}{A}\,F_o$$

En substituant dans les équations /1/ il vient :

$$F_o = F_b - \frac{B}{A}\,V_1$$

Cette équation caractérise le fonctionnement du générateur de force en fonction de l'amplitude de la force de sortie en régime bloqué.

- essai 2 : considérons le même générateur chargé sur une impédance nulle. Les équations définissant cet état deviennent :

$$F_1 = 0$$

$$F_o = F_o$$

$V_o = V_{oL}$ (Vitesse au niveau du générateur avec cette condition de c charge)

$V_1 = V_L$ (Vitesse en sortie, avec extrêmité libre).

Dans ces conditions, les équations (1) deviennent :

$$F_o = BV_L$$

$$V_{oL} = DV_L = \frac{D}{B}\,F_o$$

En substituant dans l'équation (1), il vient :

$$F_1 = \frac{B}{A} V_L - \frac{B}{A} V_1$$

Cette équation caractérise le fonctionnement du générateur en fonction de l'amplitude de la vitesse de sortie en régime libre.

Pour éliminer le rapport $\frac{B}{A}$, qui est inconnu, on remarque qu'il représente l'impédance du quadripôle vue depuis la charge, lorsque le générateur est débranché (Pour $F_o = 0$, $\frac{F_1}{V_1} = -\frac{B}{A}$).

Posons donc : $Z_{GF} = \frac{B}{A}$ (impédance interne du générateur de force).

Les équations caractéristiques du générateur de force deviennent :

$$F_1 = F_b - Z_{GF} V_1$$

$$F_1 = Z_{GF} V_{1L} - Z_{GF} V_1$$

2) Générateur de vitesse

Le schéma de principe est le même

$$\begin{pmatrix} F_o \\ V_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix}$$

Les équations caractéristiques de générateur seront obtenues de la même manière.

- essai 1 : impédance de charge infinie ;

Les équations définissant l'état sont les suivantes :

$$V_o = V_o$$

$$F_o = F_{ob}$$ (force au niveau du générateur dans les conditions de l'essai)

$$V_1 = 0$$

$$F_1 = F_{1b}$$

Des équations de définition :

$$F_o = AF_1 + BV_1$$

$$V_o = CF_1 + DV_1$$ on tire :

$$V_o = CF_{1b}$$

$$F_{ob} = AF_{1b} = \frac{A}{C} V_o$$ et en substituant :

$$\boxed{F_1 = F_{1b} - \frac{D}{C} V_1}$$

- essai 2 : impédance de charge nulle

Les équations définissant l'état sont les suivantes :

$$V_o = V_o$$

$$F_o = F_{oL}$$

$$V_1 = V_{1L}$$

$$F_1 = 0$$

d'où les équations :

$$V_o = D\, V_{1L}$$

$$F_{oL} = B\, V_{1L} = \frac{B}{D}\, V_o \qquad \text{et en substituant :}$$

$$F_1 = \frac{D}{C}\, V_{1L} - \frac{D}{C}\, V_1$$

Donc les équations qui caractérisent le fonctionnement du générateur de vitesse sont :

$$F_1 = F_{1b} - \frac{D}{C}\, V_1$$

$$F_1 = \frac{D}{C}\, V_L - \frac{D}{C}\, V_1$$

Le rapport $\frac{D}{C}$ représente l'impédance du générateur, vue de la charge lorsque le générateur est arrêté (pour $V_o = 0$, $\frac{F\,1}{V\,1} = \frac{D}{C}$).

Posons $\frac{D}{C} = Z_{GV}$

$$F_1 = F_{1b} - Z_{GV}\, V_1$$

$$F_1 = Z_{GV}\, V_{1L} - Z_{GV}\, V_1$$

Généralisation

Il faut remarquer, qu'à gauche d'un générateur de force, terminant une chaîne de quadripôles, on trouve toujours une impédance nulle (c'est-à-dire une ex-

trêmité libre). Par contre, un générateur de vitesse a toujours à sa gauche une impédance infinie.

Compte tenu de cette remarque, il suffit de dénommer Z_G, impédance interne du générateur, les grandeurs Z_{GV} et Z_{GF}, mesurée au point 1, le générateur étant arrêté.

Donc, les quatre équations précédentes se réduisent à :

$$F_1 = F_{1b} - Z_G \quad V_1$$

$$F_1 = Z_G V_{1L} - Z_G \quad V_1$$

Les trois grandeurs F_{1b}, V_{1L}, Z_G sont liées par la relation :

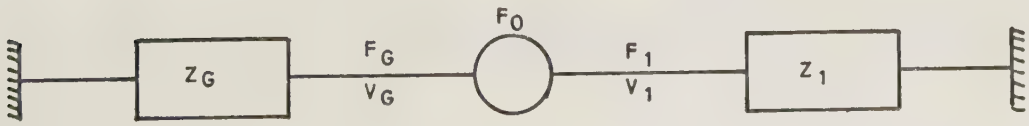
$$F_{1b} = Z_G V_{1L}$$

Il suffit d'en mesurer deux, la troisième peut être calculée. Il faut noter que deux grandeurs sont nécessaires pour caractériser complètement un générateur de vibration.

Générateurs de vibrations intercalés dans une chaîne d'impédances

a) Générateur de force

Le générateur de force, délivrant une force constante d'amplitude F_o, est placé entre les impédances Z_1 et Z_G.



Avec les notations de la figure, il vient :

$$\frac{F_1}{V_1} = Z_1 \qquad \text{et} \qquad \frac{F_G}{V_G} = Z_G$$

L'impédance que voit l'outil, a pour expression :

$$Z_o = \frac{F_o}{V_1} = \frac{F_1 - F_G}{V_1} = Z_G + Z_1 = \frac{F_1}{V_1} + \frac{F_G}{V_G} \qquad \text{d'où}$$

$$\boxed{F_1 = F_o - Z_G V_1} \qquad \text{ou} \qquad F_1 = F_o - Z_G \frac{F_1}{Z_1}$$

Remarque

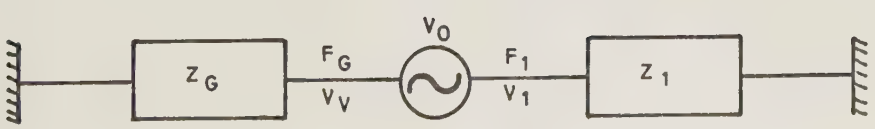
Pour une impédance Z_1 infinie, F_o est égal à F_{1b}. L'équation précédente peut donc également s'écrire :

$$\boxed{F_1 = F_{1b} - Z_G V_1}$$

D'autre part, si Z_1 est nulle, on obtient l'équation :

$$F_o = Z_G V_{1L}$$

b) Générateur de vitesse



Le générateur de vitesse est placé entre les impédances Z_G et Z_1.
Les forces de part et d'autre du générateur sont donc égales et de signe contraire.

$$F_G = - F_1 \qquad \text{et}$$

$$V_o = V_1 - V_G$$

Soit Z_o l'impédance vue du générateur. On a :

$$\frac{1}{Z_o} = \frac{V_o}{F_1} = \frac{V_1 - V_G}{F_1} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_G} \qquad \text{d'où}$$

$$F_1 = V_o \frac{Z_1 \; Z_G}{Z_1 + Z_G} \qquad \text{et} \qquad V_1 = V_o \frac{Z_G}{Z_1 + Z_G}$$

Cette dernière équation devient :

$$V_1 (Z_1 + Z_G) = V_o Z_G \qquad \text{et}$$

$$\boxed{F_1 = Z_G \cdot V_o - Z_G \cdot V_1}$$

Si Z_1 devient nulle, on a évidemment $V_{1L} = V_o$.

D'autre part, pour Z_1, infini, l'équation ci-dessus donne :

$$F_{1b} = Z_G V_o = Z_G V_{1L}$$

Conclusion

Quelle que soit la position du générateur dans la chaîne, les équations définissant son fonctionnement en charge sont :

$$F_1 = F_{1L} - Z_G V_1$$

$$F_{1b} = Z_G V_{1L}$$

Il faut remarquer que pour un générateur placé en milieu de chaîne, P_{1L} est aussi l'amplitude d'excitation du générateur de force, et V_{1L}, l'amplitude d'excitation du générateur de vitesse.

Remarque

La première équation ci-dessus peut également s'écrire :

$$F_1 = Z_G V_{1L} - Z_G V_1$$

Etudions le cas du générateur de vitesse placé dans la chaîne. Il vient :

$$V_{1L} = V_o$$

Divisons cette équation membre à membre par V_1

$$Z_1 = \frac{Z_G}{V_1} \cdot V_o - Z_G \qquad \text{d'où}$$

$$V_1 = V_o \frac{Z_G}{Z_1 + Z_G}$$

Cette formule montre que l'amplitude V_1 de la vitesse sur la charge, peut devenir très grande pour une amplitude constante du générateur de vitesse (pour $Z_1 = -Z_G$).

C'est la condition de résonance au niveau du générateur, aussi appelée résonance de contact.

COEFFICIENT DE REFLEXION : DIAGRAMME LOGARITHMIQUE D'IMPEDANCE

Nous présentons ici, deux méthodes, de calcul graphique de l'impédance d'entrée d'une barre prismatique. Le premier diagramme présenté, (diagramme de SMITH) est bien connu des techniciens des guides d'ondes; à l'usage, il se montre moins pratique que le deuxième graphique (diagramme logarithmique d'impédance) où l'homothétie suivie d'une rotation est remplacée par une unique translation parallèlement à une direction donnée.

Coefficient de réflexion

L'onde réfléchie $F_1 e^{\gamma L}$ provient d'une réflexion à un endroit de la barre où il y a brusque variation d'impédance. Nous l'avons vu dans l'étude de la transmission d'une onde au travers d'un changement de section de la barre.

On appelle coefficient de réflexion ρ_s sur l'impédance de sortie Z_s le rapport à cet endroit de l'amplitude de l'onde réfléchie $F_1 e^{\gamma L}$ à l'amplitude de l'onde incidente $F_2 e^{-\gamma L}$.

$$\rho_s = \frac{F_1 e^{\gamma L}}{F_2 e^{-\gamma L}} = \frac{F_1 e^{2\gamma L}}{F_2}$$

(ρ_s est réel ou complexe suivant que les deux ondes sont en phase ou non).

On peut exprimer le coefficient de réflexion ρ_s sur la sortie en fonction de l'impédance de sortie Z_s : on avait page 19.

$$F = F_1 e^{\gamma x} + F_2 e^{-\gamma x}$$

$$V = \frac{1}{Z_C} (F_1 e^{\gamma x} - F_2 e^{-\gamma x})$$

Sur la charge, pour $x = L$, $\frac{F}{V} = Z_s$

Divisions membre à membre :

$$\frac{Z_s}{Z_C} = \frac{F_1 e^{\gamma L} + F_2 e^{-\gamma L}}{F_2 e^{-\gamma L} - F_1 e^{\gamma L}} \quad \text{or} \quad \rho_s = \frac{F_1}{F_2} e^{2\gamma L} \quad \text{soit}$$

$$Z_s = \frac{\rho_s + 1}{1 - \rho_s} \quad \text{ou} \quad (1 - \rho_s) Z_s = 1 + \rho_s$$

$$\rho_s (1 + Z_s) = Z_s - 1$$

$$\boxed{\rho_s = \frac{Z_s - 1}{Z_s + 1}} \qquad \boxed{Z_s = \frac{1 + \rho_s}{1 - \rho_s}}$$

Cette expression relie le coefficient de réflexion sur la charge à son impédance réduite Z_s.

De l'équation écrite p. 11

$$F = \frac{F_s}{2} \left(1 - \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{-\gamma 1} + \frac{F_s}{2} \left(1 + \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{\gamma 1} \quad \text{on tire,}$$

au point d'abscisse 1.

$$\rho = \frac{Z_s - Z_c}{Z_s + Z_c} \; e^{-2\gamma L}$$ ou encore, en utilisant l'expression de ρ_s :

$$\boxed{\rho = \rho_s \; e^{-2\gamma 1}}$$

On a vu que ρ_s, coefficient de réflexion sur l'impédance de sortie peut être complexe (déphasage entre l'onde incidente et l'onde réfléchie).

Posons :

$\rho_s = \rho_s \; e^{j\varphi}$ ρ_s réel. Il vient

$$\rho = \rho_s \; e^{j\varphi} \; e^{-2\alpha 1} = \rho_s \; e^{-2\gamma L} \; e^{j(\varphi - 2\varphi 1)}$$

Posons : $(\varphi - 2\beta 1) = \theta$, déphasage entre l'onde incidente et l'onde réfléchie :

$$\rho = \rho_s \; e^{-2\alpha 1} \; e^{j(\varphi - 2\beta 1)}$$

L'onde incidente et l'onde réfléchie sont en phase si $\theta = 0$ soit $=$
$\varphi = 2\beta \; 1 + 2k\pi$ avec l'approximation de l'absence de frottement $\beta = \frac{\omega}{a}$

$$\varphi - 2\frac{\omega 1}{a} = 2k\pi \quad \text{soit}$$

$$1 = \frac{a}{2\omega}\varphi - \pi k \cdot \frac{a}{\omega} \quad \text{or } \lambda = \frac{a}{\omega} \cdot 2\pi \text{ (longueur d'onde)}$$

$$1 = \frac{a}{2\omega}\varphi - K\frac{\lambda}{2}$$

On obtiendra donc des maximums de force à des points distants de $\frac{\lambda}{2}$.

Amplitude des maximums de force et de vitesse

On a vu les formules (origine sur l'impédance de sortie) page

$$F = \frac{F_s}{2} \left(1 - \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{-\gamma 1} + \frac{F_s}{2} \left(1 + \frac{Z_c}{Z_s}\right) e^{\gamma 1}$$

Soit :

$$F = \frac{V_s}{2} (Z_s - Z_c) e^{-\gamma 1} + \frac{V_s}{2} (Z_s + Z_c) e^{\gamma 1}$$

$$F = \frac{V_s}{2} (Z_s + Z_c) e^{\gamma 1} \quad 1 + \frac{Z_s - Z_c}{Z_s + Z_c} \quad e^{-2\gamma 1}$$

$$F = \frac{e}{2}^{\gamma 1} \quad V_s (Z_s + Z_c) \quad 1 + \rho_s e^{-2\gamma 1}$$

On a vu que si $\varphi = 2\rho \quad 1 + 2k\pi$, les maximums se produisent pour $2\beta 1 = \varphi + 2K\pi$ (déphasage sur l'impédance de sortie). Donc :

$$F_{max} = \frac{V_s}{2} (Z_s = Z_c) e^{\gamma 1} \quad 1 + \rho_s e^{-\alpha 1}$$

ou

$$F_{max} = \frac{V_s}{2} (Z_s + Z_c) e^{\gamma 1} \quad e^{\frac{\varphi}{2} + k\pi} (1 + \rho_s \quad e^{-2\alpha 1})$$

On remarque que dans le cas d'absence de frottement, tous les maximums sont égaux. Ils sont distants, sur la barre de $\frac{\lambda}{2}$.

Les minimums sont obtenus quand les deux ondes sont en opposition de phase, soit :

$$F_{mini} = \frac{V_s}{2} (Z_s + Z_c) e^{\gamma 1} (1 - \rho_s - 2\alpha 1)$$

On obtiendrait de même pour la vitesse, à partir de : (page)

$$V = \frac{1}{2 Z_c} \quad V_s (Z_s + Z_c) e^{\gamma 1} - V_s (Z_s - Z_c) e^{-\gamma 1}$$

La valeur de la vitesse correspondante à F_{max} :

$$V_{mini} = \frac{V_s}{2 Z_c} (Z_s + Z_c) e^{\gamma 1} (1 - \rho_s e^{-2\alpha 1})$$

Ces formules permettent donc de calculer l'amplitude des maximums de force et de vitesse dans une barre connaissant les grandeurs de sortie F_s et V_s.

Remarque : en l'absence de frottement

$$\boxed{\frac{F_{max}}{F_{mini}} = \frac{1 + \rho_s}{1 - \rho_s}}$$

DIAGRAMME DE SMITH

On a vu que :

$$\rho = \rho_s e^{-2\gamma 1}$$

ρ_s : coefficient de réflexion sur l'impédance de sortie.

De l'expression déjà écrite de l'impédance, à savoir :

$$z = \frac{\text{th}\,\gamma 1 + Z_s}{1 + Z_s \text{ th}\,\gamma 1}$$ on tire :

$e^{-2\gamma l} = \frac{z-1}{z+1} \cdot \frac{1}{\rho_s}$, en reportant la valeur de

$e^{-2\gamma l}$ dans la valeur de ρ en un point quelconque d'une barre, on obtient :

$$\rho = \frac{z-1}{z+1}$$

Cette relation importante généralise l'expression $\rho_s = \frac{z_s - 1}{z_s + 1}$

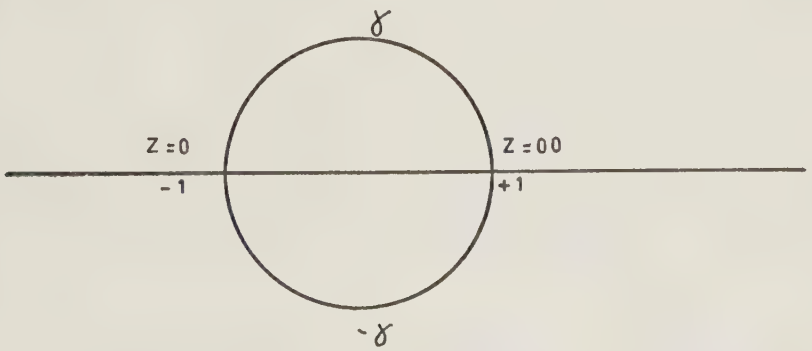
qui donnait la valeur du coefficient de réflexion sur la charge, en fonction de l'impédance de charge.

On montre ainsi que la connaissance de ρ en un point suffit pour déterminer z et vice versa.

ρ étant un nombre complexe, on peut le représenter dans le plan de NYQUIST :

Les points a (ρ) = constante sont sur des cercles concentriques centrés à l'origine; les points à argt ρ = cte sont sur des droites passant à l'origine.

En l'absence de générateur, tous les points figuratifs sont situés à l'intérieur du cercle de rayon 1.



./...

D'après la formule $\rho = \frac{z - 1}{z + 1}$.

à z = 0 correspond le point $\rho = -1$

$z = \infty$ correspond le point $\rho = +1$, à z = 1 (soit $Z = Z_c$) correspond le centre du cercle (absence de réflexion, $\rho = 0$).

On peut graduer le plan des ρ en z : remplaçons z par r + jx dans l'expression:

$$\rho = \frac{z - 1}{z + 1} \text{ , il vient}$$

$$\rho = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1} = \frac{(r - 1) + jx \quad (r + 1) - jx}{(r + 1)\,2 + \quad x\,2}$$

et en posant $\rho = A + jB$

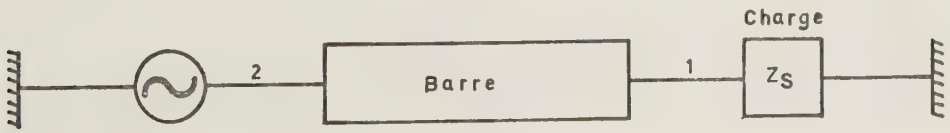
$$A = \frac{r^2 - 1 + x^2}{(r+1)^2 + x^2} \qquad B = \frac{2x}{(r+1)^2 + x^2}$$

On obtient les courbes à r = cte en remplaçant r par r_1 et en faisant varier x. Le cercle obtenu est gradué en x. De même par les courbes à x = cte.

Remarquons que la transformation $\rho = \frac{z - 1}{z + 1}$ = est une transformation conforme. Donc, le quadrillage des droites r = cte et x = cte du plan des z = r + jx donne deux familles de cercles orthogonaux dans le plan des ρ .

Le diagramme obtenu est le diagramme de SMITH.

Le diagramme de SMITH permet de trouver graphiquement l'impédance en un point 2, d'une barre, connaissant l'impédance au point 1 (par exemple l'impédance de charge).

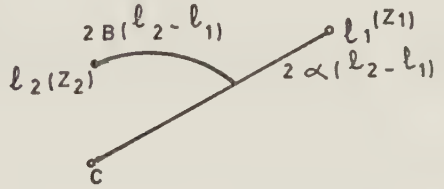


On a vu qu'entre les points 1 et 2 existe la relation

$$\rho_1 \cdot e^{2\gamma 1}{}_1 = \rho_2 \, e^{2\gamma 1}{}_2 \quad (\gamma = \alpha + j\beta)$$

Supposons par exemple le point 2 plus éloigné de la charge que le point 1. On passera de ρ_2 à ρ_1 sur le diagramme de la façon suivante : une homothétie de centre C qui multiplie le rayon vecteur par $e^{-2\alpha(l_2 - l_1)}$ donc qui le diminue (atténuation). Cette homothétie est de rapport 1 dans le cas d'absence de frottement.

Une rotation dans le sens rétrogradé de $2\beta(l_2 - l_1)$ qui représente la multiplication par $e^{-2j\beta(l_2 - l_1)}$.



On lit directement sur le diagramme gradué en z, la valeur de l'impédance au point 2.

Nous verrons maintenant que le diagramme logarithmique d'impédance facilite ces constructions en remplaçant l'homothétie suivie d'une rotation par une unique translation s'effectuant parallèlement à une direction donnée.

DIAGRAMME LOGARITHMIQUE D'IMPEDANCE (Fig. 11)

ρ étant un nombre complexe, on peut le mettre sous la forme :

$$\rho = e^{u + jv} \qquad \text{avec}$$

$$e^{u + jv} = \frac{z - 1}{z + 1}$$

Supposons que l'on passe d'un point A_1 à un point A_2 sur une tige, en se déplaçant vers le générateur. On a la relation :

$$\rho_1 e^{2\gamma l_1} = \rho_2 e^{2\gamma l_2} \qquad \text{avec } \gamma = \alpha + j\beta$$

$$\rho_1 e^{2\alpha l_1} e^{2j\beta l_1} = \rho_2 e^{2\alpha l_2} e^{2j\beta l_2}$$

Multiplions un membre de cette équation par $e^{2jk\pi}$, il vient :

$$e^{ul_1 + jv_1} \cdot e^{2\alpha l_1} \cdot e^{2j\beta l_1} = e^{u_2 + jV^2} e^{2\alpha l_2} \cdot e^{2j\beta l_2} \cdot e^{2jk\pi}$$

En égalant partie réelle et partie imaginaire :

$$u_1 + 2\alpha l_1 = u_2 + 2\alpha l_2$$

$$u_1 + 2\beta l_1 = u_2 + 2\beta l_2 + 2k\pi \qquad (1)$$

Cette dernière équation montre qu'une rotation du vecteur ρ sur le diagramme de SMITH est remplacée sur le diagramme représentant u + jv (au lieu de ρ) par une translation parallèle à Ov, axe des ordonnées.

L'équation précédente en u, montre que l'homothétie du diagramme de SMITH est remplacée par une translation, parallèlement à Ou, axe des abscisses.

Tracé du diagramme

Ce diagramme est constitué par les courbes r : cte et x : cte (comme pour le diagramme de SMITH) mais dans le plan des (u v), à partir de l'équation :

$$e^{u}\, e^{jv} = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1}$$

Dans le plan des (u v) les courbes correspondant à $r = r_o$ et $x = x_o$ sont les courbes transcendantes :

$$r_o\,(\mathrm{ch}\ u - \cos v) + \mathrm{sh}\ u = 0$$

$$x_o\,(\mathrm{ch}\ u - \cos v) - \sin v = 0$$

En effet :

$$e^{u}\,(\cos v + j \sin v) = \frac{(r - 1) + j\,x}{(r + 1) + j\,x}$$

$$e^{u}\,(r + 1)\cos v - x \sin v + j\, e^{u}\ \ (r + 1)\sin v + x \cos v) = (r - 1) + jx$$

L'égalité des parties réelles et imaginaire donne :

$$(r + 1)\cos v - x \sin v = (r - 1)\, e^{-u} \qquad (A)$$

$$(r + 1)\sin v + x \cos v = x\, e^{-u} \qquad (B)$$

a) <u>Pour $r = r_o$</u>

L'expression A donne :

$$x \sin v = (r_o + 1)\cos v - (r_o - 1)\, e^{-u}$$

Multiplions B par sin v

$$(r_o + 1)\sin^2 v + x \sin v \,.\, \cos v = x \sin v \,.\, e^{-u}$$

Soit $(r_o + 1) \sin^2 v + (r_o + 1) \cos^2 v - (r_o - 1) \cos v \, e^{-u} =$

$$(r_o + 1) e^{-u} . \cos v - (r_o - 1) e^{-u}$$

$$(r_o + 1) - 2 r_o \cos v \, . \, e^{-u} + r_o e^{-2u} - e^{-2u} = 0$$

Multiplions par e^u

$$r_o e^u + e^u - 2 r_o \cos v + r_o e^{-u} - e^{-u} = 0$$

$$r_o (e^u + e^u) + e^u - e^{-u} - 2 r_o \cos v = 0$$

$$2 r_o \operatorname{ch} u + 2 \operatorname{sh} u - 2 r_o \cos v = 0$$

$$r_o (\operatorname{ch} u - \cos v) + \operatorname{sh} u = 0$$

b) Pour $x = x_o$ l'expression B donne :

$$r \sin v = x_o e^{-u} - x_o \cos v - \sin v$$

Multiplions (A) par sin v

$$r \sin v \cos v + \sin v \cos v - x_o \sin^2 v - r \sin v \, e^{-u} + e^{-u} \sin v = 0$$

$$2 x_o e^{-u} \cos v - x_o e^{-2u} + 2 e^{-u} \sin v = 0$$

Multiplions par e^u

$$2 x_o \cos v - x_o (e^u - e^{-u}) + 2 \sin v = 0$$

$$2\,x_o \cos v - 2\,x_o \operatorname{ch} u + 2 \sin v = 0$$

$$x_o (\operatorname{ch} u - \cos v) - \sin v = 0$$

Nous avons noté que la transformation :

$\rho = \frac{z - 1}{z + 1}$ est une transformation conforme donc les courbes définies par les deux équations précédentes sont orthogonales.

Propriétés du diagramme de logarithmique

Le diagramme permet de lire immédiatement le coefficient de réflexion en un point, connaissant l'impédance en ce point et réciproquement.

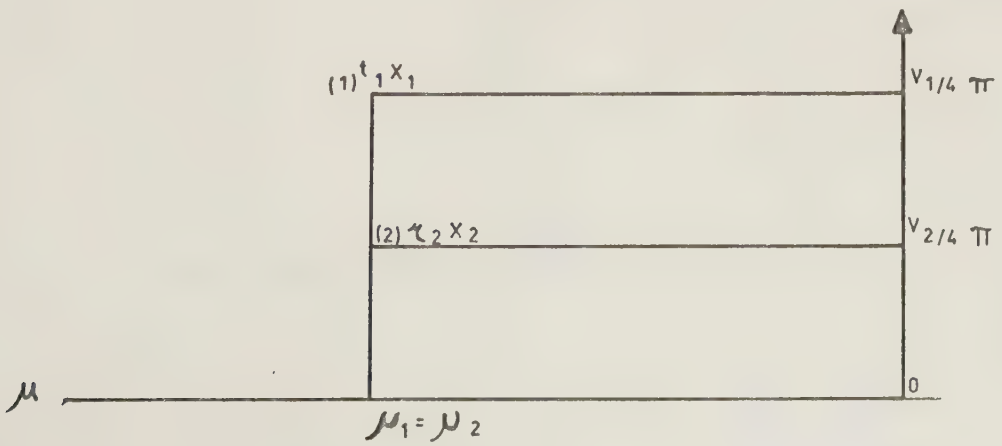
Mais sa propriété la plus intéressante est sans doute qu'il permet de lire avec facilité les transformations d'impédance, quand on se déplace le long d'une barre.

a) Supposons une propagation sans frottement

Les équations se réduisent à :

$$u_1 = u_2 \quad \text{et} \quad v_1 = v_2 + 2\,\beta\,1$$

Donc, l'impédance au point (2) est obtenue à partir de l'impédance au point (1) par une translation verticale, vers le bas, de $2\beta d = \frac{\pi d}{\lambda}$. On utilisera pour ce faire une échelle graduée (en ordonnées) en longueurs d'ondes.



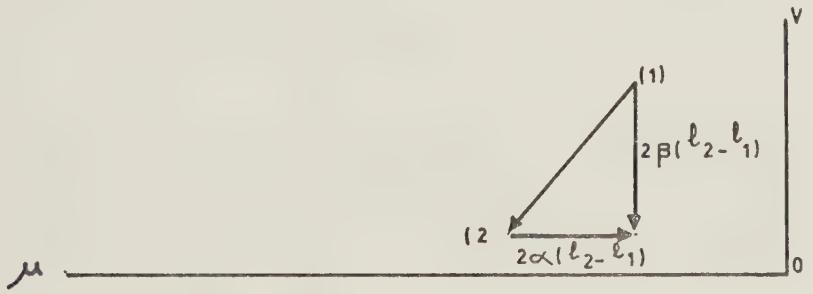
b) Supposons une propagation avec pertes

On a les équations :

$$u_1 + 2\alpha l_1 = u_2 + 2\alpha l_2$$

$$v_1 + 2\beta l_1 = v_2 + 2\beta l_2 + 2k\pi$$

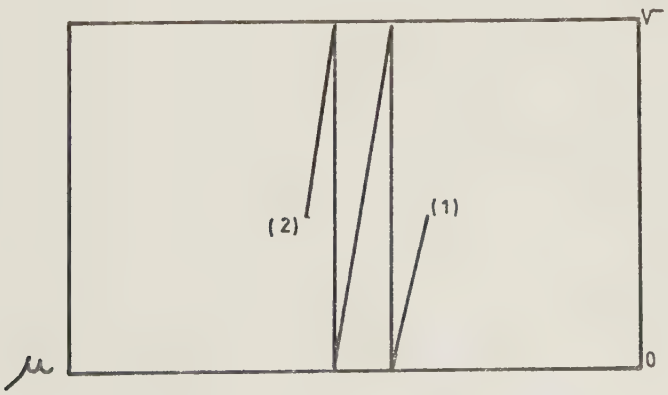
Ces deux translations peuvent être composées en une translation oblique :



Pour faciliter la lecture de la translation parallèlement à o_u, on utilisera une échelle, en abscisse, graduée en décibels.

Remarque

Si le point (2) tombe hors du diagramme parce que d est trop grand, on s'y ramènera par une translation parallèlement à o_v, ce qui ne change pas les impédances réduites : une fois parvenu au bord du diagramme, le vecteur oblique est ramené à l'autre bord par translation de 2π. Cette opération est répétée jusqu'à ce que l'extrêmité du vecteur soit sur le diagramme.



./...

Diagramme logarithmique en coordonnées polaires (Fig. 12)

Au lieu de représenter une impédance réduite $z = r + jx$ par ses composantes, r et x, on peut la représenter par son module et son argument ϑ :

$$z = /z/ \, e^{j\vartheta}$$

On peut introduire ϑ et /z/ dans la relation

$$\varrho = \frac{z - 1}{z + 1}$$

Ceci conduit à un diagramme gradué en /z/ et ϑ qui possède les mêmes propriétés que celui gradué en r et x. Il présente l'avantage de donner immédiatement la valeur de /z/.

Diagramme logarithmique d'impédance

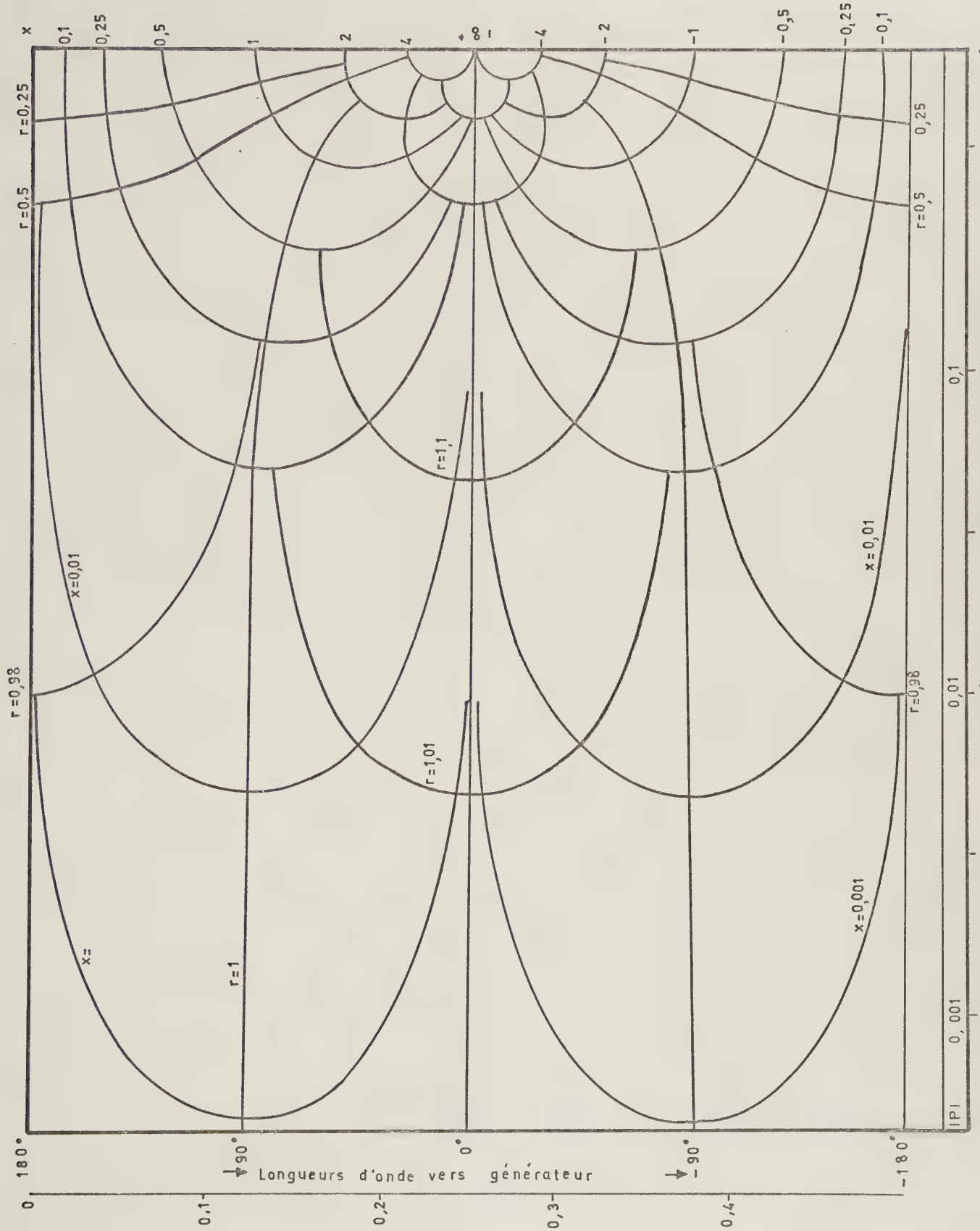


Fig:11

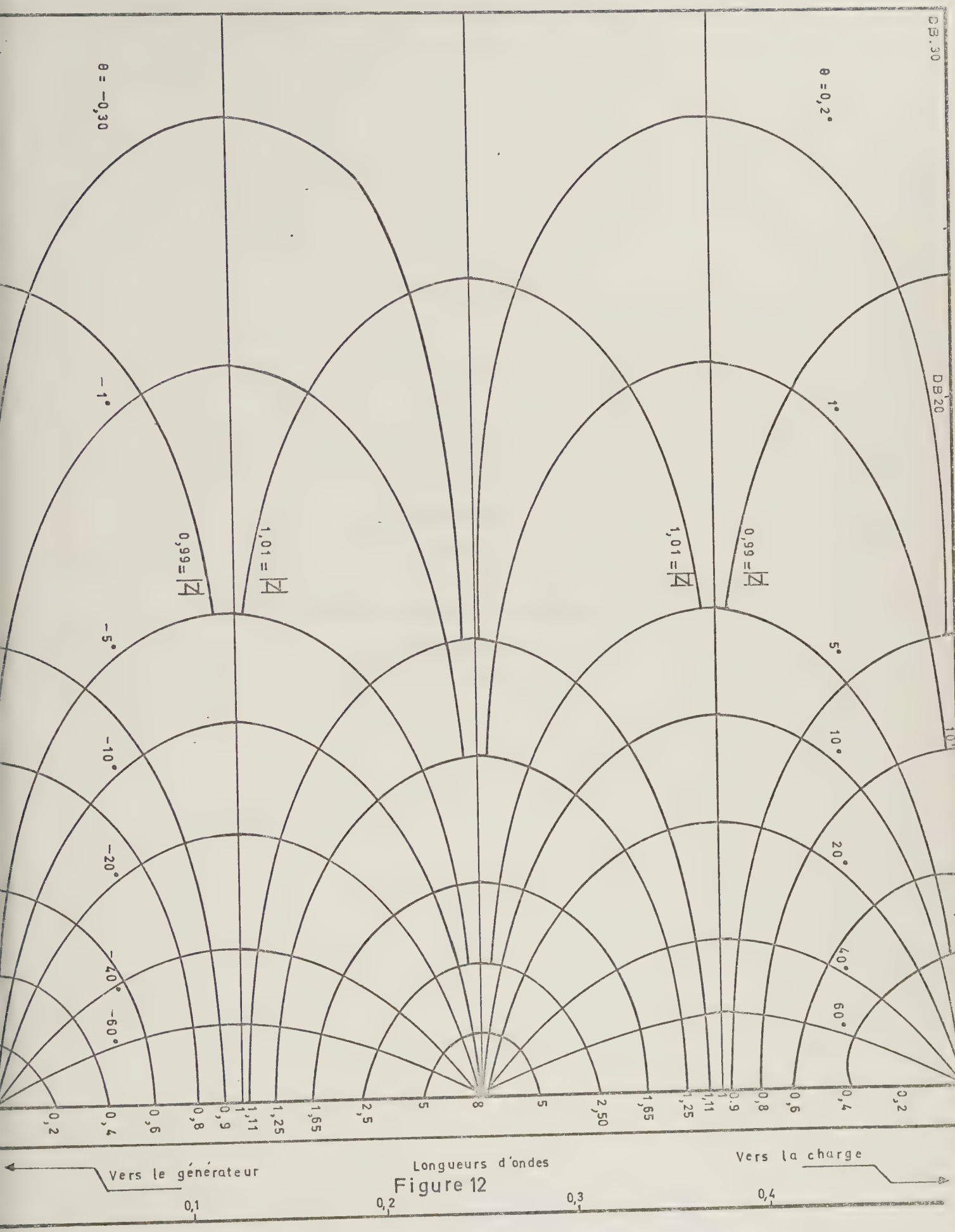

θ = −0,30
θ = 0,2°
DB 30
DB 20
10
1
−1°
1°
−5°
5°
−10°
10°
−20°
20°
−40°
40°
−60°
60°
0,99 = |Z|
1,01 = |Z|
1,01 = |Z|
0,99 = |Z|
0,2
0,4
0,6
0,8
0,9
1,11
1,25
1,65
2,5
5
8
5
2,50
1,65
1,25
1,11
1
0,9
0,8
0,6
0,4
0,2
0
Vers le générateur
Longueurs d'ondes
Vers la charge
0,1
0,2
0,3
0,4

Figure 12

2ème PARTIE

EXCITATION ET REPONSE VIBRATOIRE DU TRAIN DE TIGES

L'outil, tel qu'il a été décrit dans l'introduction, peut être considéré comme un générateur de vibrations. La garniture de forage subira au niveau de l'outil une excitation longitudinale complexe.

Pour étudier la réponse de la garniture à cette excitation forcée, nous utilisons la méthode des impédances mécaniques. Elle nous permet en effet, de représenter par une symbolisation classique les conditions aux limites déterminées expérimentalement, telles que le derrick ou la roche forée.

D'autre part, nous considérons surtout la garniture comme un élément transférant en surface, l'état vibratoire au fond. La formulation du problème en termes d'impédances mécaniques facilite la solution et aboutit à des résultats directement exploitables sur le chantier.

VIBRATIONS FORCEES DE LA GARNITURE DE FORAGE

Formulation du problème

On notera F_1, V_1 la force et la vitesse longitudinales sur l'outil; F_2, V_2 ces deux grandeurs à l'entrée des tiges 8"; F_3, V_3 à l'entrée des tiges 5" et F_D, V_D au niveau du derrick. (Les mesures en surface sont effectuées au point D).

A la fréquence d'excitation $N = \frac{\omega}{2\pi}$, le couple (F_1, V_1) est lié au couple (F_D, V_D) par la relation matricielle :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{masse} \\ \text{tiges } 10" \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{masse} \\ \text{tiges } 8" \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{tiges} \\ 5" \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_D \\ V_D \end{pmatrix}$$

Chaque matrice représente la matrice de transfert de la longueur de tiges ou de masse tiges indiquée entre parenthèse.

Elle est donc de la forme :

$$\begin{pmatrix} \text{ch } \gamma_1 & Z_c \text{ sh } \gamma_1 \\ \frac{1}{Z_c} \text{ sh } \gamma_1 & \text{ch } \gamma_1 \end{pmatrix}$$

Le terme γ est défini par :

$\gamma = \alpha + j\beta$ où : α représente l'amortissement ($\alpha \simeq \frac{c}{2 Z_c}$)

et β , la fréquence ($\beta \simeq \frac{\omega}{a}$)

Le tableau ci-dessous rassemble les principales valeurs numériques des tiges et masse-tiges utilisées en forage de diamètre 12" 1/4.

	Sections (m^2)	Impédance caractéris. = Z_c N/m/s
Tiges 5"	$34 . 10^{-4}$	$1,33 . 10^5$
M. T. 8"	284×10^{-4}	$1,11 . 10^6$
M. T. 10"	420×10^{-4}	$1,63 . 10^6$

Après avoir effectué le produit des trois matrices, on obtient une équation de la forme :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_D \\ V_D \end{pmatrix}$$ avec

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = (MT\ 10")\ \ (MT\ 8")\ \ (T\ 5")$$

Le problème posé sous cette forme permet le calcul de l'impédance sur l'outil :

$$\frac{F_1}{V_1} = \frac{A\,Z_D + B}{C\,Z_D + D} \qquad \text{avec} \quad Z_D = \frac{F_D}{V_D}\ , \text{ impédance du derrick}$$

et de la fonction de transfert en force :

$$\frac{F_D}{F_1} = \frac{1}{A + \frac{B}{Z_D}} \quad (Z_D \text{ est considéré comme une donnée})$$

Ces deux équations résolvent théoriquement les problèmes posés :

- la première formule donne l'impédance sur l'outil. Elle permet donc le calcul des fréquences de résonance de la garniture,
- la mesure du niveau de force dynamique sur le derrick fournit F_D. Il suffit d'appliquer $(A + \frac{B}{Z_D})$ à F_D pour obtenir le niveau de force sur l'outil.

En fait, posé sous cette forme, le calcul aboutit à des expressions inextricables qui découlent de la forme compliquée des matrices et des termes complexes qui les composent.

Dans leur publication, "Drill String Vibrations Due to Intermittent Contact of Bit Teeth", PASLAY et BOGY étudient la "mobilité" d'entrée d'une garniture de forage en fonction de la fréquence. (La mobilité est définie comme le rapport entre le déplacement longitudinal et la force sur l'outil).

Bien que les conditions aux limites choisies soient simples (le derrick est supposé être un encastrement), les formules obtenues ne sont calculables que sur machine. D'autre part, l'application pratique des résultats semble difficile.

Nous décrivons ici, une méthode qui permet le calcul graphique de l'impédance

sur l'outil; bien que moins précise que le calcul des expressions algébriques, elle a l'avantage de donner rapidement l'impédance que présente une garniture à l'outil, sans avoir recours à des machines à calculer numériques ou analogiques.

D'autre part, elle aboutit à une simplification remarquable dans le calcul des régimes vibratoires de la garniture.

CALCUL DE L'IMPEDANCE PRESENTEE PAR LA GARNITURE A L'OUTIL

Pour éviter d'expliciter complètement la matrice $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ définie dans le paragraphe précédent, le calcul de l'impédance sur l'outil s'effectue à partir de la formule de l'impédance d'entrée d'une tige prismatique définie page :

$$Z_1 = Z_c \frac{P \operatorname{ch} \gamma 1 + \operatorname{sh} \gamma 1}{P \operatorname{sh} \gamma 1 + \operatorname{ch} \gamma 1}$$

avec : $p = \frac{Z_2}{Z_c}$, rapport de l'impédance de charge, à l'impédance caractéristique de la tige.

Notations

Les paramètres relatifs aux masse-tiges 10", 8" et aux tiges 5" seront notés avec les indices 1, 2, 3.

L'impédance offerte par les masse-tiges 10" à l'outil est de la forme :

$$Z_1 = Z_{(c)_{10"}} \quad \frac{P_1 \operatorname{ch} \gamma_1 l_1 + \operatorname{sh} \gamma_1 l_1}{P_1 \operatorname{sh} \gamma_1 l_1 + \operatorname{ch} \gamma_1 l_1}$$

avec $P_1 = \frac{Z_2}{(Z_c)_{MT\ 10"}}$ or, Z_2 est l'impédance d'entrée des masse-tiges 8". Elle est de la forme :

$$Z_2 = Z_{c(8")} \frac{P_2 \operatorname{ch} \gamma_2 l_2 + \operatorname{sh} \gamma_2 l_2}{P_2 \operatorname{sh} \gamma_2 l_2 + \operatorname{ch} \gamma_2 l_2}$$

avec :

$$P_2 = \frac{Z_3}{(Z_c)_{MT\ 8"}}$$, Z_3 représentant l'impédance des tiges 5".

Z_3 est donc de la forme :

$$Z_3 = (Z_c)_{5"} \frac{P_3 \operatorname{ch} \gamma_3 l_3 + \operatorname{sh} \gamma_3 l_3}{P_3 \operatorname{sh} \gamma_3 l_3 + \operatorname{ch} \gamma_3 l_3}$$

avec :

$$P_3 = \frac{Z_D}{(Z_c)_{5"}}$$, Z_D représentant l'impédance du derrick.

L'élimination de P_1, P_2, P_3 entre ces trois expressions fournit l'impédance offerte par la garniture à l'outil, en fonction de l'impédance du derrick. Il apparaît clairement que les expressions obtenues sont très lourdes à manier. Nous avons donc été amené à rechercher une construction graphique permettant un calcul simple de Z_1 en fonction de la fréquence.

Calcul graphique de l'impédance sur l'outil

Le diagramme logarithmique d'impédance décrit précédemment permet le calcul graphique des impédances présentées successivement par chaque type de tiges et masse-tiges. (page 54).

On rappelle qu'il représente le plan des (u, v) défini par :

$$\rho = e^{u + jv}$$

Ce plan est gradué en impédance réduite, $z = (\frac{Z}{Z_c})$ à l'aide de la relation :

$$e^{u + jv} = \frac{z - 1}{z + 1}$$

Nous avons vu qu'en l'absence de frottement, les déplacements sur le diagramme se font verticalement vers le bas.

L'échelle en ordonnée est graduée en fractions de longueur d'onde pour faciliter les constructions.

Le point de départ sur le diagramme est l'impédance du derrick.

Le point représentatif de $Z_D = |Z_D| e^{j\varphi}$ sera l'intersection de la courbe de phase correspondant à φ , et de la courbe de module correspondant à $/z/ = \frac{Z_D}{Z_c}$. On se déplacera ensuite vers le bas du nombre de longueur d'onde contenues $^{c}5"$ dans la longueur des tiges 5".

Si la propagation est supposée sans frottements, le déplacement est vertical vers le bas. Dans le cas de frottement visqueux, le déplacement s'effectue suivant des obliques parallèles entre-elles, qui sont tracées en utilisant la graduation en décibels de l'axe des u du diagramme logarithmique. La distance entre chaque oblique correspond à l'amortissement sur une longueur d'une demi-longueur d'onde.

Comme il a déja été dit, chaque fois que l'on aboutit en bas du diagramme, on remonte verticalement pour poursuivre à nouveau le parcours vers le bas.

A l'extrêmité inférieure des tiges 5", on lit sur le diagramme l'impédance réduite en module et en phase, présentée par les tiges 5" aux masse-tiges 8", soit : Z_3 le module,

φ_3 la phase.

Le module de l'impédance réelle sera :

$$Z_3 = (z_3) \times Z_{c\ T\ 5"}$$

On reprendra donc le point sur le diagramme logarithmique correspondant à :

$$\varphi = \varphi_3 \quad \text{et} \quad /z/ = \frac{z_3 \times Z_{c\ T\ 5"}}{Z_{c\ MT\ 8"}}$$

On se déplacera ensuite vers le bas du nombre de longueur d'onde contenue dans la longueur des masse-tiges 8".

L'opération est identique au passage des MT 8"; à l'extrêmité inférieure des MT 8", on lit sur le diagramme une impédance réduite de module z_2 et de phase φ_2 auquel correspond une impédance réelle égale à :

$$Z_2 = (Z_c)_{8"} \times z_2 \ e^{j\varphi_2}$$

La connaissance de Z_2 donne un nouveau point de départ pour le parcours dans les masse-tiges 10". Il se placera à l'intersection de la courbe de phase correspondant à φ_2 et de la courbe d'amplitude $\frac{Z_2}{(Z_c)_{10"}}$. Un dernier déplacement du nombre de longueur d'onde contenue dans la longueur des masse-tiges 10" donnera la valeur de l'impédance sur l'outil.

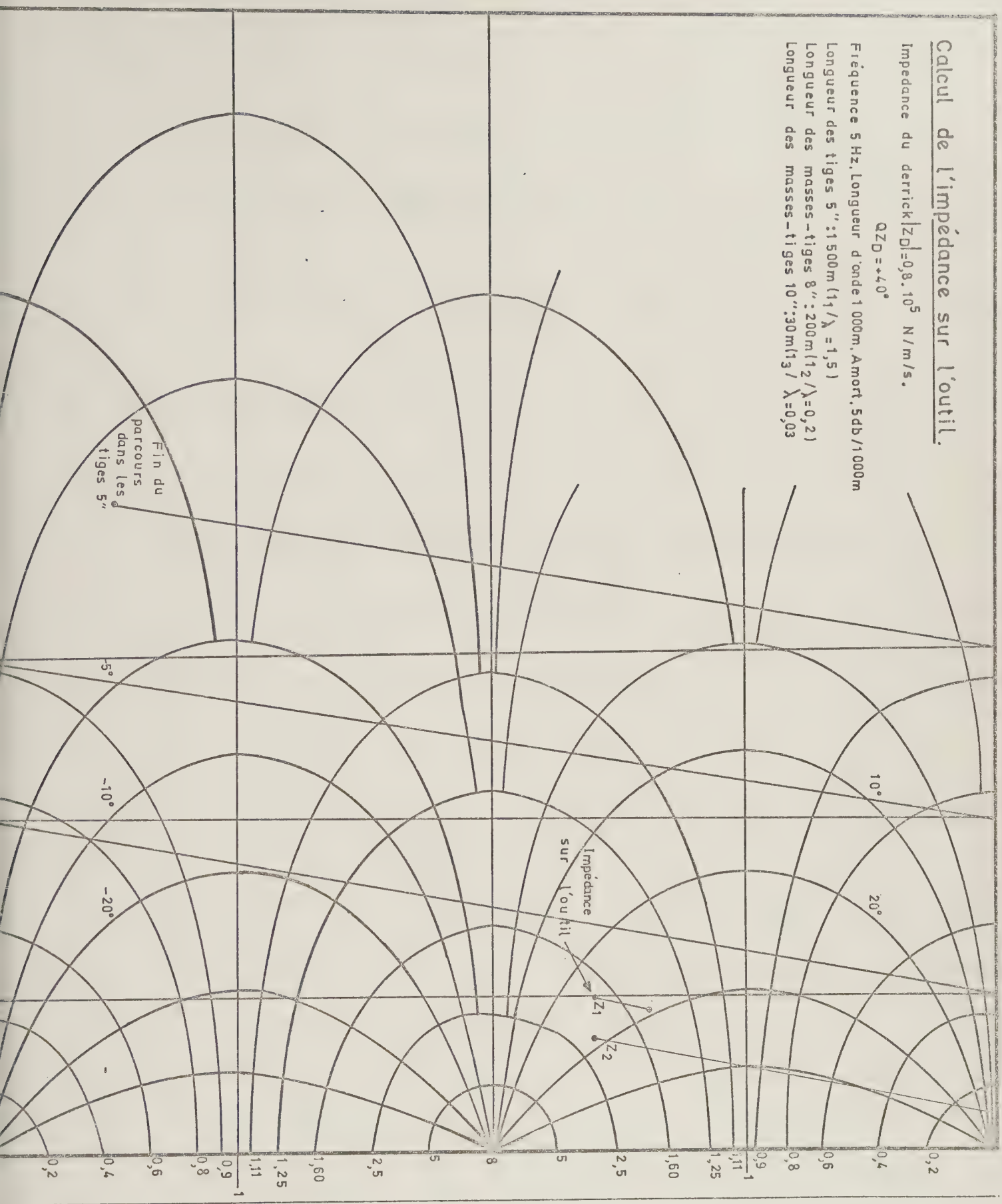
La figure 13 représente une construction graphique illustrant ce raisonnement. Le cas traité correspond aux données suivantes :

- longueur des tiges 5" : l_3 = 1500 m
- longueur des masse-tiges 8" : l_2 200 m
- longueur des masse-tiges 10" : l_1 = 30 m

On recherche l'impédance sur l'outil à 5 Hz avec un amortissement de 10 db/1000 m.

Réactances négatives

Réactances positives



Vers le générateur

Longueur d'ondes

Vers la charge

Fig:13

A cette fréquence, $/Z_D/ = 0{,}8.10^5$ et $\varphi(Z_D) = 40°$

λ , longueur d'onde : $\frac{5000}{5} = 1000$ m, d'où

$$\frac{l_1}{\lambda} = 0{,}03 \; ; \qquad \frac{l_2}{\lambda} = 0{,}2 ; \qquad \frac{l_3}{\lambda} = 1{,}5$$

Sur le diagramme, on lit :

$$/Z_3/ = 0{,}98 ; \; \varphi_3 = 2°$$

D'où les coordonnées du nouveau point de départ sur le diagramme :

$$0{,}98 \times \frac{Z_{c\ 5"}}{Z_{c\ 8"}} = 0{,}112 \quad \text{et} \quad \varphi = 2°$$

A la fin du parcours dans les masse-tiges 8", on lit :

$$/Z/ = 2 \qquad \text{et} \qquad \varphi_2 = 40°$$

D'où le nouveau point de départ :

$$/Z/ = 2 \times \frac{Z_{c\ 8"}}{Z_{c\ 10"}} \qquad \text{et} \quad \varphi = 40°$$

L'impédance sur l'outil est obtenue à la fin du parcours dans les masse-tiges 10".

$$/Z_1/ = 2 \times Z_{c\ 10"} = 3{,}2.10^6$$

$$\varphi_1 = + 30°$$

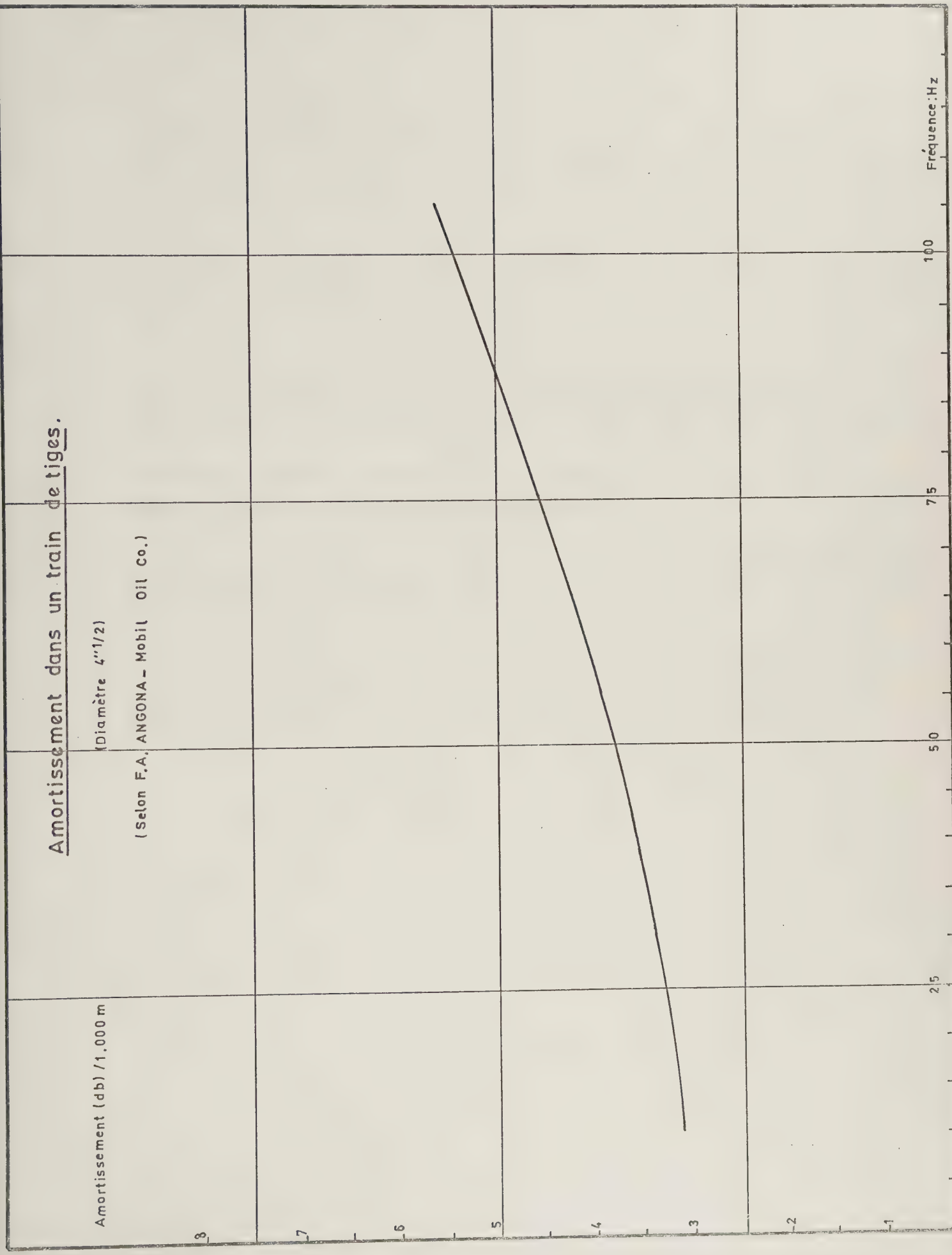

Amortissement dans un train de tiges.
(Diamètre 4"1/2)
(Selon F.A. ANGONA - Mobil Oil Co.)
Amortissement (db) /1.000 m
8
7
6
5
4
3
2
1
25
50
75
100
Fréquence: Hz

Figure 14

Remarque sur la valeur de l'amortissement

Pour préciser le tracé sur le diagramme logarithmique, il est indispensable de connaître la valeur numérique de l'amortissement, tout au long de la garniture.

La réponse du train de tiges à des excitations transitoires telles que remontée brutale, coup de frein, montre que l'amortissement est faible et sans doute compris entre 5 et 10 décibels par 1000 m.

Par ailleurs, le laboratoire de la Mobil Oil Company a publié les résultats d'une série d'expériences tendant à mesurer l'amortissement des tiges de 4" 1/2.

L'expérience consiste à envoyer une percussion dans le train de tiges et à mesurer l'amplitude des impulsions réfléchies.

L'atténuation en fonction de la fréquence est calculée en décomposant le signal de retour en série de FOURIER.

Les résultats obtenus sont donnés figure 14. On remarque que l'amortissement a une valeur relativement faible aux basses fréquences, comprise entre 3 et 5 décibels pour 1000 m.

REPONSE DE LA GARNITURE DE FORAGE EN PRESENCE D'AMORTISSEMENT

Après un parcours dans les tiges 5" d'une longueur l_3, le point représentatif sur le diagramme se trouve à gauche de la verticale ayant pour abscisse $l_3 \times \alpha$, si α représente l'amortissement en décibels par mètre, tout le plan du diagramme que l'on peut encore balayer est situé à gauche de la verticale $\alpha \times l_3$.

Pour $\alpha \times l_3$ supérieur à 15 db, l'impédance présentée par les tiges 5" est pratiquement constante, réelle, indépendante de la fréquence.

Les masse-tiges 8" et 10" sont donc chargées sur une impédance égale à $Z_{c5"}$: les régimes vibratoires des masse-tiges sont indépendants de la longueur des tiges 5".

Cette remarque est fondamentale car elle signifie qu'à partir d'une certaine profondeur, les vitesses critiques longitudinales de la garniture sont uniquement fonction de la longueur des masse-tiges. Les tiges 5" ne résonnent plus.

- Ce résultat est obtenu directement à partir des formules de définition de l'impédance :

  Nous avons vu que l'impédance d'entrée des tiges 5" a pour expression :

$$Z_3 = Z_{c5"} \quad \frac{P \operatorname{ch} \gamma_3 l_3 + \operatorname{sh} \gamma_3 l_3}{P \operatorname{sh} \gamma_3 l_3 + \operatorname{ch} \gamma_3 l_3} \qquad \text{avec } P = \frac{Z_D}{Z_{c\ 5"}}$$

  Pour simplifier les calculs, nous prendrons γ_3 de la forme :

$$\gamma_3 = \alpha_3 + j\beta_3 \qquad \text{avec} \qquad \alpha_3 = \frac{c}{2 Z_{c5"}}$$

  d'où :

$$Z_3 = Z_{c5"} \quad \frac{P \operatorname{ch} (\alpha_3 + j\beta_3) l_3 + \operatorname{sh} (\alpha_3 + j\beta_3) l_3}{P \operatorname{sh} (\alpha_3 + j\beta_3) l_3 + \operatorname{ch} (\alpha_3 + j\beta_3) l_3}$$

Les minimums de Z_3 sont obtenus pour $\beta_1 = (2\,k+1)\frac{\pi}{2}$ et ont pour expression :

$$\frac{Z_3}{(Z_c)_{5"}} = \frac{P\ sh\alpha_3\ l_3 + ch\alpha_3\ l_3}{P\ ch\alpha_3\ l_3 + sh\alpha_3\ l_3}$$

Pour les valeurs suffisamment grandes du produit $\alpha_3\ l_3$, on peut confondre $ch\ \alpha_3\ l_3$ avec $sh\alpha_3\ l_3$. Les tableaux des figures 18 donnent la valeur de $\alpha_3\ l_3$, $ch\ \alpha_3\ l_3$, $sh\ \alpha_3\ l_3$ pour l_3 variant de 200 à 2500 m et une valeur d'amortissement comprise entre 1 à 20 db/1000 m.

On remarque que pour $\alpha_3\ l_3$ supérieur à 2, $ch\ \alpha$ 1 et $sh\alpha$ 1 sont égaux à 4 % près.

Sur la figure 15 les maximums et minimums de l'impédance d'entrée des tiges 5" sont représentés en fonction de leur longueur. Les différentes courbes ont été calculées pour un amortissement variant de 3 à 10 db/1000 m. L'ordonnée est graduée en impédance d'entrée ramenée à l'impédance caractéristique des tiges 5".

Ce graphique montre que le rapport porté en ordonnée tend bien vers 1 lorsque la longueur augmente. L'erreur résultant de la confusion entre l'impédance d'entrée et l'impédance caractéristique à 2000 m est inférieure à 10 % pour un amortissement de 7 db/1000 m.

Sous réserve de la condition indiquée ($\alpha_3\ l_3$ supérieur à 15 db), la constance de l'impédance présentée par les tiges 5", introduit une simplification très importante dans le calcul de l'impédance sur l'outil Z_1 :

1 - dans les formules écrites page 68 , P_2, rapport de l'impédance d'entrée des tiges 5" à l'impédance caractéristique des 8", se simplifie en le rapport des impédances caractéristiques :

$$\frac{(Z_c)\ 5"}{(Z_c)\ 8"} \quad \text{soit environ } 0{,}115$$

./...

α 1	sh α 1	ch α 1	th α 1	$\frac{1}{\text{ch}\,\alpha 1}$	$\frac{1}{\text{ch}\,\alpha 1}$ (db)
0,01	0,010	1	0,009	1	
0,03	0,030	1	0,029	1	
0,05	0,050	1,001	0,049	0,999	
0,1	0,100	1,005	0,099	0,995	
0,3	0,304	1,045	0,291	0,956	- 0,4
0,5	0,521	1,127	0,462	0,887	- 1
0,7	0,758	1,255	0,604	0,796	- 2
0,9	1,026	1,433	0,716	0,697	- 3,1
1	1,175	1,543	0,761	0,648	- 3,8
1,2	1,509	1,810	0,833	0,552	- 5,2
1,4	1,904	2,150	0,885	0,465	- 6,6
1,6	2,375	2,577	0,921	0,388	- 8,2
1,8	2,942	3,107	0,946	0,321	- 9,6
2	3,626	3,762	0,964	0,265	- 11,5
2,2	4,457	4,567	0,975	0,218	- 13,2
2,4	5,466	5,556	0,983	0,179	- 14,9
2,6	6,695	6,769	0,989	0,147	- 16,6
2,8	8,192	8,253	0,992	0,121	- 18,3
3	10,018	10,068	0,995	0,099	- 20,5
3,5	16,543	16,573	0,998	0,060	- 24,1
4	27,290	27,308	0,999	0,036	- 28,7
4,5	45,003	45,014	0,999	0,022	- 33,1
5	74,203	74,210	0,999	0,013	- 37,4

Figure 18a

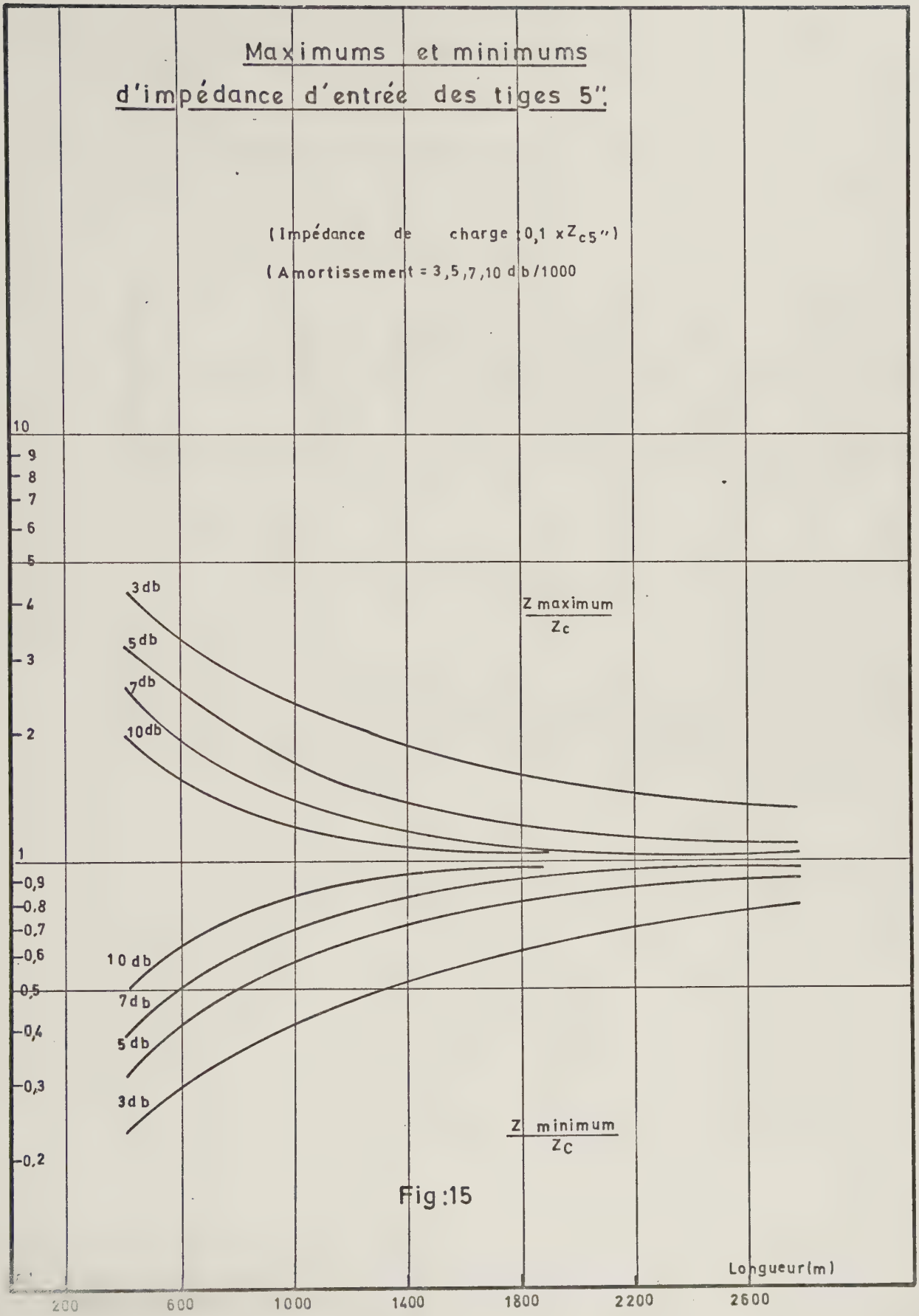

Maximums et minimums
d'impédance d'entrée des tiges 5"
(Impédance de charge : 0,1 x $Z_{c5"}$)
(Amortissement = 3,5,7,10 db/1000
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
3db
5db
7db
10db
Z maximum / Zc
10 db
7db
5db
3db
Z minimum / Zc
200
600
1000
1400
1800
2200
2600
Longueur(m)

Fig:15

2 - L'impédance du derrick n'intervient pas sur le régime dynamique au niveau de l'outil.

Ces deux remarques permettent d'exprimer simplement l'impédance sur l'outil :

$$Z_1 = Z_{c\ 10"} \frac{\frac{Z_{c\ 8"}}{Z_{c\ 10"}} \frac{P_2 \operatorname{ch} \gamma_2 l_2 + \operatorname{sh} \gamma_2 l_2}{P_2 \operatorname{sh} \gamma_2 l_2 + \operatorname{ch} \gamma_2 l_2} \operatorname{ch} \gamma_1 l_1 + \operatorname{sh} \gamma_1 l_1}{\frac{Z_{c\ 8"}}{Z_{c\ 10"}} \frac{P_2 \operatorname{ch} \gamma_2 l_2 + \operatorname{sh} \gamma_2 l_2}{P_2 \operatorname{sh} \gamma_2 l_2 + \operatorname{ch} \gamma_2 l_2} \operatorname{sh} \gamma_1 l_1 + \operatorname{ch} \gamma_1 l_1}$$

avec ici $P_2 = 0{,}115$

- Calcul graphique

Cette expression peut être calculée graphiquement à l'aide du diagramme logarithmique. Le point de départ de la construction n'est plus l'impédance du derrick Z_D, mais l'impédance caractéristique des tiges 5".
Le point représentatif est situé à l'intersection des courbes : $\varphi = 0$ et $/Z/ = 0{,}115$.

Le parcours dans les masse-tiges 8" et les masse-tiges 10" s'effectue de la même manière que dans le cas général.

- Calcul de l'impédance maximum sur l'outil

Dans l'hypothèse de l'approximation indiquée :

Lorsqu'on recherche les vitesses critiques de la garniture, il est intéressant de pouvoir calculer rapidement les fréquences pour lesquelles l'impédance sur l'outil est maximum.

Par le calcul, il faut résoudre en ω, l'équation :

$$\frac{1}{Z_1} = 0$$

Le diagramme logarithmique permet la résolution du problème par tâtonnement on recherche la fréquence pour laquelle le dernier point de la construction tombe au voisinage de l'impédance infinie.

La courbe de la figure 16 permet de lire immédiatement en abscisse le rapport $\frac{l_2}{\lambda}$, longueur des masse-tiges 8" sur longueur d'onde de la fréquence cherchée en fonction de μ , rapport des longueurs des masse-tiges 8" et 10.

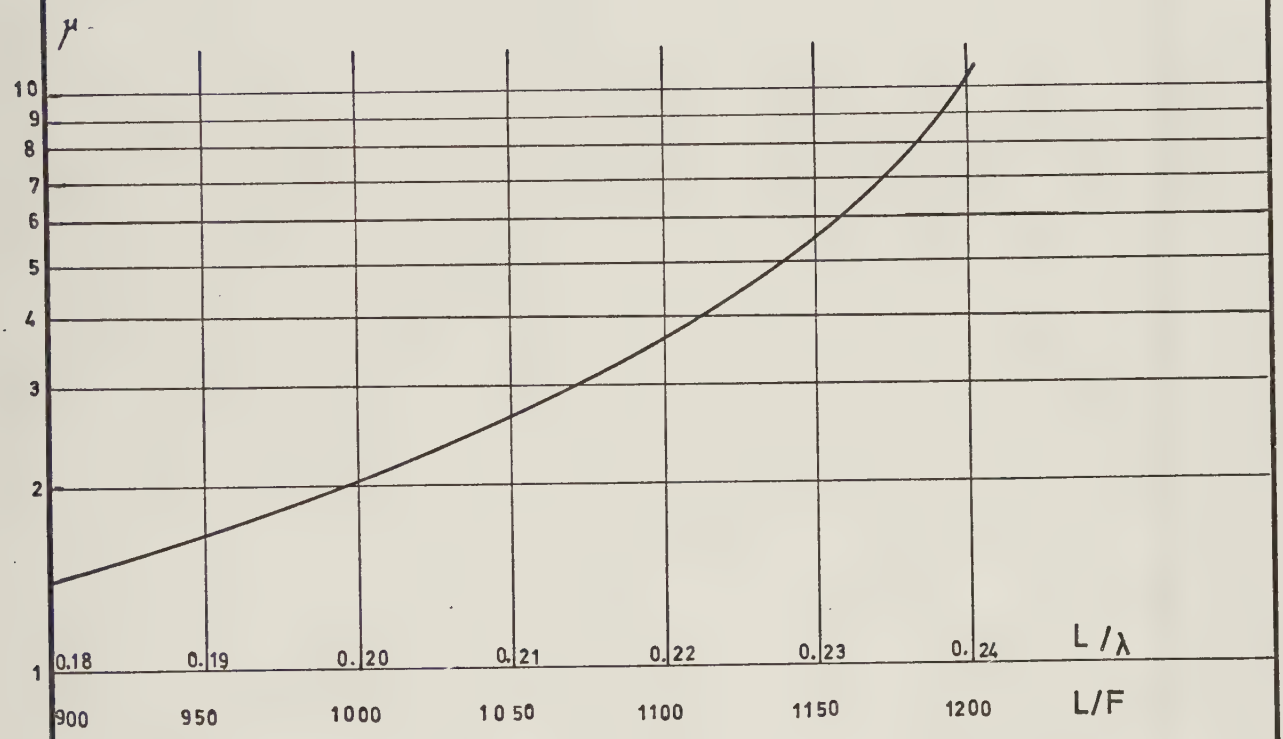
L'abscisse est également graduée en fréquence à partir de la formule

$$\lambda = \frac{5\ 000}{N}$$

Par exemple, pour une garniture comprenant 150 m de masse-tiges 8" et 30 m de masse-tiges 10", ($\mu = 5$), on lit sur la figure $\frac{1}{\lambda} = 0{,}228$, $\lambda = 658$ m, soit environ 7,6 Hz.

La courbe de la figure 16 a été établie à partir de l'abaque donnée figure 17. Les deux verticales reprennent la graduation du diagramme logarithmique d'impédance en l'absence de frottement. Chaque verticale est graduée en fraction de longueurs d'onde. En correspondance, on lit l'impédance présentée par les masse-tiges 8" (à gauche) et par les masse-tiges 10" (à droite). Pour que l'impédance sur l'outil soit maximum, il suffit que le parcours dans les masse-tiges 8" (de longueur $\frac{l_2}{\lambda}$) suivi du parcours dans les masse-tiges 10" (de longueur $\frac{l_1}{\lambda}$ aboutissent sur l'impédance infinie représentée par le point le plus à droite de l'abaque. Les obliques indiquent le passage des 8" au 10". Elles sont graduées en $\frac{l_2}{l_1}$, rapport de la longueur des masse-tiges 8" à la longueur des masse-tige 10".

Calcul de l'impédance maxi sur l'outil



$\mu = \frac{L'}{L} = \frac{\text{Longueur des masse-tiges 8''}}{\text{Longueur des masse-tiges 10''}}$

λ = Longueur d'onde $(\frac{a}{F})$

F = Fréquence donnant Z_1 maximum sur l'outil.

Fig:16

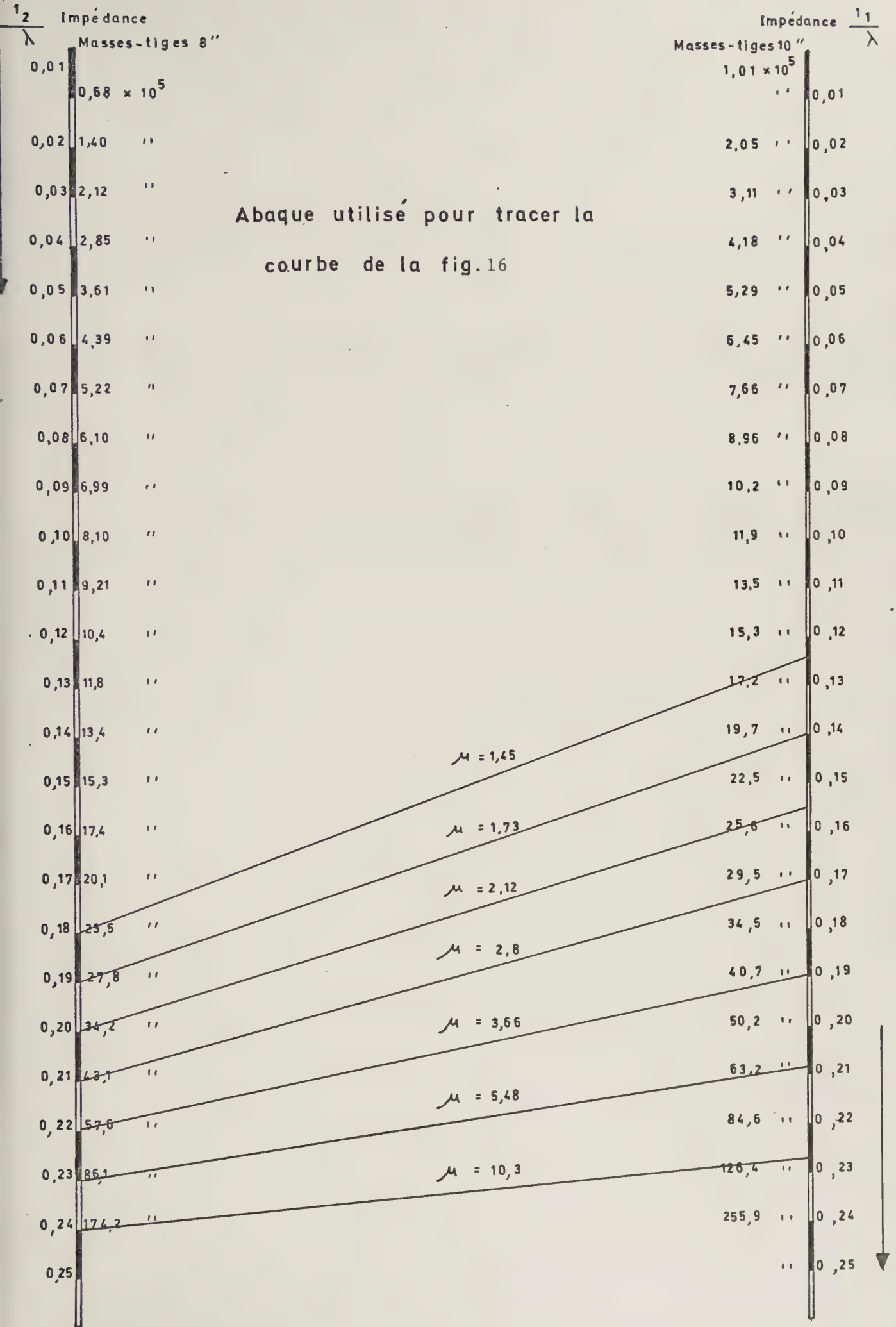

$\frac{l_2}{\lambda}$ Impédance
Masses-tiges 8"
$\frac{l_1}{\lambda}$ Impédance
Masses-tiges 10"
Abaque utilisé pour tracer la courbe de la fig. 16
0,01 0,68 × 10^5 1,01 × 10^5 0,01
0,02 1,40 2,05 0,02
0,03 2,12 3,11 0,03
0,04 2,85 4,18 0,04
0,05 3,61 5,29 0,05
0,06 4,39 6,45 0,06
0,07 5,22 7,66 0,07
0,08 6,10 8,96 0,08
0,09 6,99 10,2 0,09
0,10 8,10 11,9 0,10
0,11 9,21 13,5 0,11
0,12 10,4 15,3 0,12
0,13 11,8 17,2 0,13
0,14 13,4 19,7 0,14
0,15 15,3 22,5 0,15
0,16 17,4 25,6 0,16
0,17 20,1 29,5 0,17
0,18 23,5 34,5 0,18
0,19 27,8 40,7 0,19
0,20 34,2 50,2 0,20
0,21 43,1 63,2 0,21
0,22 57,6 84,6 0,22
0,23 86,1 126,4 0,23
0,24 174,2 255,9 0,24
0,25 0,25
μ = 1,45
μ = 1,73
μ = 2,12
μ = 2,8
μ = 3,66
μ = 5,48
μ = 10,3

Figure 17

Conclusion des calculs d'impédances

Le diagramme logarithmique permet de calculer graphiquement l'impédance présentée à l'outil, quelle que soit la composition de la garniture.

Si la longueur des tiges 5" et la valeur de l'amortissement visqueux ne permettent pas l'approximation indiquée, il est indispensable de connaître l'impédance de derrick en module et en phase pour déterminer complètement le régime dynamique de la garniture.

Par contre, si l'amortissement dans les tiges 5" est voisin de 15 décibels, le régime vibratoire de la garniture est uniquement fonction de la longueur des masse-tiges, les tiges 5" ne font que transmettre les vibrations en les atténuant.

TRANSFERT DANS LA GARNITURE

Les fonctions de transfert en force et en vitesse de la garniture complète sont égales au produit des fonctions de transfert de chaque type de tiges et masse-tiges.

On a, en effet, l'égalité :

$$\frac{F_D}{F_1} = \frac{F_D}{F_3} \times \frac{F_3}{F_2} \times \frac{F_2}{F_1}$$

Dans chaque type de tiges ou masse-tiges, les fonctions de transfert ont pour expression :

$$F_{i+1\ ;\ i} = \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma_i\, l_i + \frac{Z_{ci}}{Z_{i+1}} \operatorname{sh} \gamma_i\, l_i}$$

et :

$$V_{i+1,\,i} = \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma_i\, l_i + \frac{Z_{i+1}}{Z_{ci}} \operatorname{sh} \gamma_i\, l_i}$$

Les impédances Z_{i+1} représentent l'impédance de charge de la tige ou masse-tige du type i. Il suffit donc de remplacer dans les expressions ci-dessus Z_{i+1} par sa valeur, calculée précédemment. Pour une garniture comportant deux types de masse-tiges et un type de tiges, la formule obtenue pour la garniture complète est très lourde et d'une utilisation difficile.

FONCTIONS DE TRANSFERT EN PRESENCE D'AMORTISSEMENT

(Cas pratique)

FONCTIONS DE TRANSFERT EN PRESENCE D'AMORTISSEMENT

CAS PRATIQUE

Avec l'hypothèse faite précédemment sur la valeur de l'amortissement visqueux dans les tiges 5", nous avons vu que $ch\,\alpha 1$ et $sh\,\alpha 1$ peuvent se confondre. Or,

$$ch\,\gamma 1 = ch\,(\alpha + j\beta)\,1 = ch\,\alpha 1 \cos \beta 1 + j\, sh\,\alpha 1 \sin \beta 1$$

$$ch\,\alpha 1\,(\cos\beta 1 + j \sin \beta 1)$$

De même :

$$sh\,\gamma 1 = sh\,(\alpha + j\beta)\,1 \simeq ch\,\alpha 1\,(\cos\beta 1 + j \sin\beta 1)$$

$$= sh\,\alpha 1 \cos\beta 1 + j\, ch\,\alpha 1 \sin\beta 1$$

donc le transfert en force dans les tiges 5" :

$$\frac{F_D}{F_3} = \frac{1}{ch\,\gamma 1 + \frac{Z_c}{Z_D}\, sh\,\gamma 1}$$

devient :

$$\frac{F_D}{F_3} = \frac{1}{ch\,\alpha 1\,(1 + \frac{Z_c}{Z_D})\,(\cos\beta 1 + j \sin\beta 1)}$$

$$\frac{F_D}{F_3} = \frac{1}{ch\alpha l} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Z_c}{Z_D}}$$

De même le transfert en vitesse dans cette approximation devient :

$$\frac{V_D}{V_3} = \frac{1}{ch\alpha l} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Z_D}{Z_C}}$$

Sur cette formule, il apparaît à nouveau que la longueur des tiges 5" n'intervient dans la fonction de transfert que par l'amortissement introduit.

On retrouve par contre, l'importance de l'impédance du derrick.

Remarque

Dans les plages de fréquences où l'impédance du derrick est grande devant l'impédance caractéristique des tiges 5", c'est-à-dire supérieure à 10^6 N/m/s, on a :

$$F_D \simeq \frac{1}{ch\alpha l} F_3 \quad \text{et}$$

$$V_D \simeq 0$$

La force mesurée en surface est voisine, à l'amortissement près, à la force à l'entrée des tiges 5".

De même, dans les plages de fréquences où l'impédance du derrick est petite devant l'impédance caractéristique des tiges 5", on a :

$$F_D \simeq 0$$

$$V_D \simeq \frac{1}{ch\alpha l} V_3$$

La vitesse mesurée en surface est voisine, à l'amortissement près à la vitesse à l'entrée des tiges 5".

Afin de permettre un calcul rapide de cet amortissement la figure 18 donne la valeur du produit αl pour les longueurs et les valeurs d'amortissement les plus usuelles. La figure 18 a donne $ch\,\alpha l$, l'inverse et sa valeur en décibels.

Dans l'hypothèse où l'amortissement dans les tiges 5" est suffisant, celles-ci présentent aux masse-tiges 8" une impédance à peu près constante, égale à leur impédance caractéristique.

La fonction de transfert dans les masse-tiges, qui est fonction de leur impédance de charge (page) est alors indépendante de la longueur des tiges 5" placées au-dessus.

Le transfert dans la garniture totale est donc égal au produit de deux fonctions de transfert indépendantes :

- la première ne dépend que de la composition des masse-tiges, elle est indépendante de la longueur des tiges 5";
- la deuxième n'est fonction que de l'atténuation dans les tiges 5" et de l'impédance du derrick.

αl	sh αl	ch αl	th αl	$\frac{1}{\text{ch}\,\alpha l}$	$\frac{1}{\text{ch}\,\alpha l}$ (db)
0,01	0,010	1	0,009	1	
0,03	0,030	1	0,029	1	
0,05	0,050	1,001	0,049	0,999	
0,1	0,100	1,005	0,099	0,995	
0,3	0,304	1,045	0,291	0,956	- 0,4
0,5	0,521	1,127	0,462	0,887	- 1
0,7	0,758	1,255	0,604	0,796	- 2
0,9	1,026	1,433	0,716	0,697	- 3,1
1	1,175	1,543	0,761	0,648	- 3,8
1,2	1,509	1,810	0,833	0,552	- 5,2
1,4	1,904	2,150	0,885	0,465	- 6,6
1,6	2,375	2,577	0,921	0,388	- 8,2
1,8	2,942	3,107	0,946	0,321	- 9,6
2	3,626	3,762	0,964	0,265	- 11,5
2,2	4,457	4,567	0,975	0,218	- 13,2
2,4	5,466	5,556	0,983	0,179	- 14,9
2,6	6,695	6,769	0,989	0,147	- 16,6
2,8	8,192	8,253	0,992	0,121	- 18,3
3	10,018	10,068	0,995	0,099	- 20,5
3,5	16,543	16,573	0,998	0,060	- 24,1
4	27,290	27,308	0,999	0,036	- 28,7
4,5	45,003	45,014	0,999	0,022	- 33,1
5	74,203	74,210	0,999	0,013	- 37,4

Figure 18 a

./...

Transfert des signaux à l'entrée des tiges 5"

Si on ne s'intéresse qu'aux valeurs de F_3 et V_3 à l'entrée des tiges 5", il n'est pas nécessaire de calculer explicitement Z_D. En effet :

$$\frac{F_D}{F_3} = \frac{1}{\text{ch} \propto 1} \left(1 + \frac{Z_{c\ 5"}}{Z_D}\right) \text{ soit :}$$

$$F_3 = \text{ch} \propto 1 \left(1 + \frac{Z_{c\ 5"}}{Z_D}\right) \quad F_D = \text{ch} \propto 1 \left(F_D + Z_{c\ 5"} \cdot V_D\right)$$

$$\boxed{F_3 = \text{ch} \propto 1 \left(F_D + Z_{c\ 5"} \cdot V_D\right)}$$

Il est donc possible, par simple sommation des signaux de surface, d'obtenir le niveau de force à l'entrée des tiges 5". L'avantage de ce traitement est de fournir un signal indépendant de la réponse du derrick.

Dans un premier paragraphe, nous calculons les fonctions de transfert dans les masse-tiges. Une série de courbes, relevées au modèle analogique, présente des exemples de fonctions de transfert des garnitures les plus courantes.

Le deuxième paragraphe traite de l'impédance d'un derrick, calculées à l'aide de résultats expérimentaux. Cette courbe d'impédance permet de calculer le transfert dans les tiges 5".

TRANSFERT DANS LES MASSE-TIGES

1 - Garniture comportant un type de masse-tiges

Les fonctions de transfert sont tirées des formules générales :

$$F_{21} = \frac{1}{\text{ch } \gamma_1 l_1 + \frac{Z_{c\ 8"}}{Z_{c\ 5"}} \text{ sh } \gamma_1 l_1}$$

$$V_{21} = \frac{1}{\text{ch } \gamma_1 l_1 + \frac{Z_{c\ 5"}}{Z_{c\ 8"}} \text{ sh } \gamma_1 l_1}$$

2 - Garniture comportant deux types de masse-tiges

Pour calculer le transfert en force ou en vitesse des masse-tiges, il est plus simple de revenir à l'équation matricielle :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ch } \gamma_1 l_1 & Z_{c\ 10"} \text{ sh } \gamma_1 l_1 \\ \frac{1}{Z_{c\ 10"}} \text{ sh } \gamma_1 l_1 & \text{ch } \gamma_1 l_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{ch } \gamma_2 l_2 & Z_{c\ 8"} \text{ sh } \gamma_2 l_2 \\ \frac{1}{Z_{c\ 8"}} \text{ sh } \gamma_2 l_2 & \text{ch } \gamma_2 l_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_3 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

avec : $\frac{F_3}{V_3} = Z_3 = Z_{c\ 5"}$

On tire de cette équation :

$$F_{31} = \frac{F_3}{F_1} = \frac{1}{(\text{ch } \gamma_1 l_1 \text{ ch } \gamma_2 l_2 + \frac{Z_{c10"}}{Z_{c\ 8"}} \text{ sh } \gamma_1 l_1 \text{ sh } \gamma_2 l_2)}$$

$$+ \frac{1}{Z_{c5"}} (Z_{c8"} \text{ch } \gamma_1 l_1 \text{ sh } \gamma_2 l_2$$

$$+ Z_{c10"} \text{ sh } \gamma_1 l_1 \text{ ch } \gamma_2 l_2)$$

Fonction de transfert en force.

(Masse – tiges 8" :159 m, masse–tiges 10" 50m)

charge : Z_c (Tige 5")

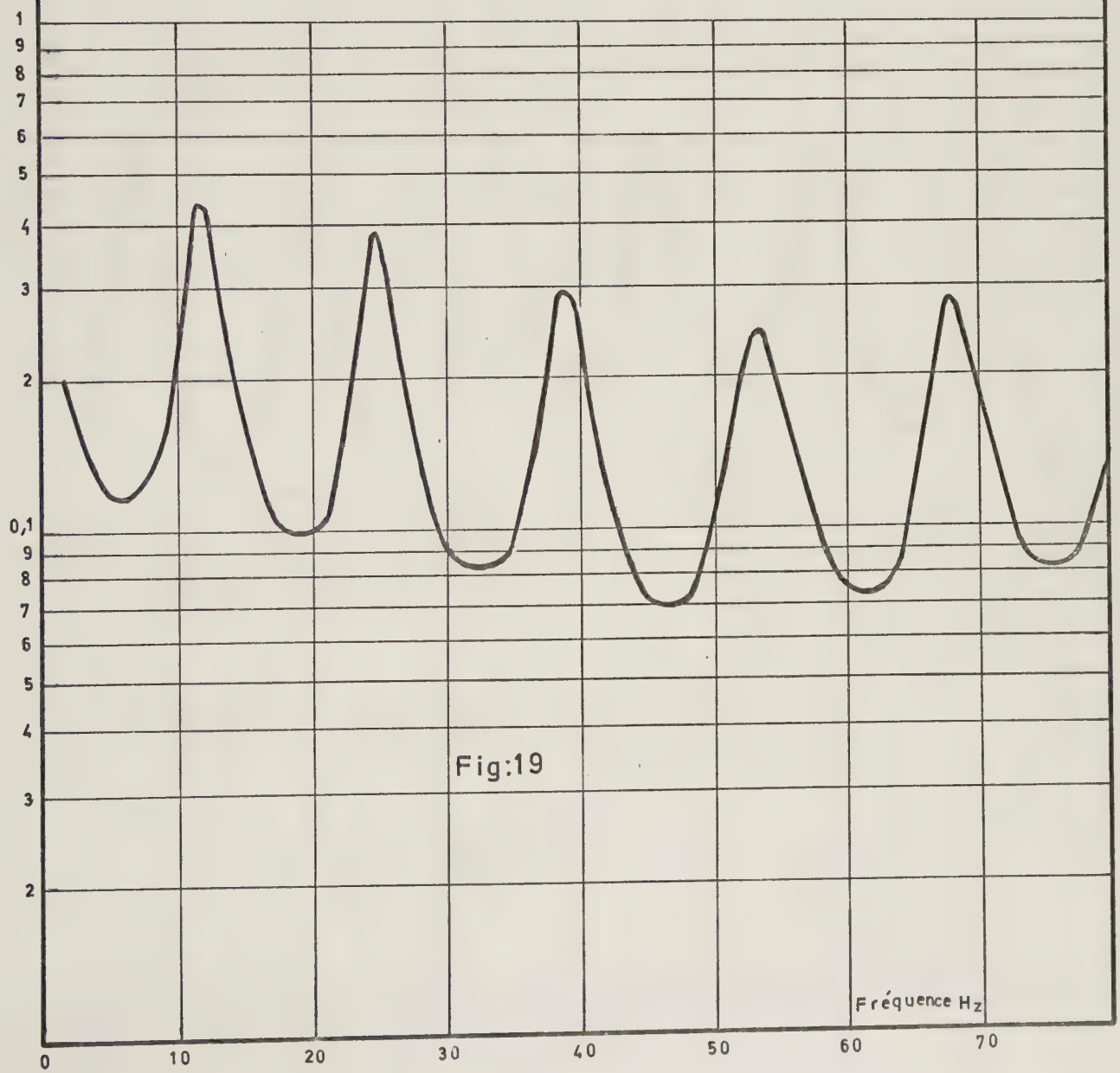


Fig:19

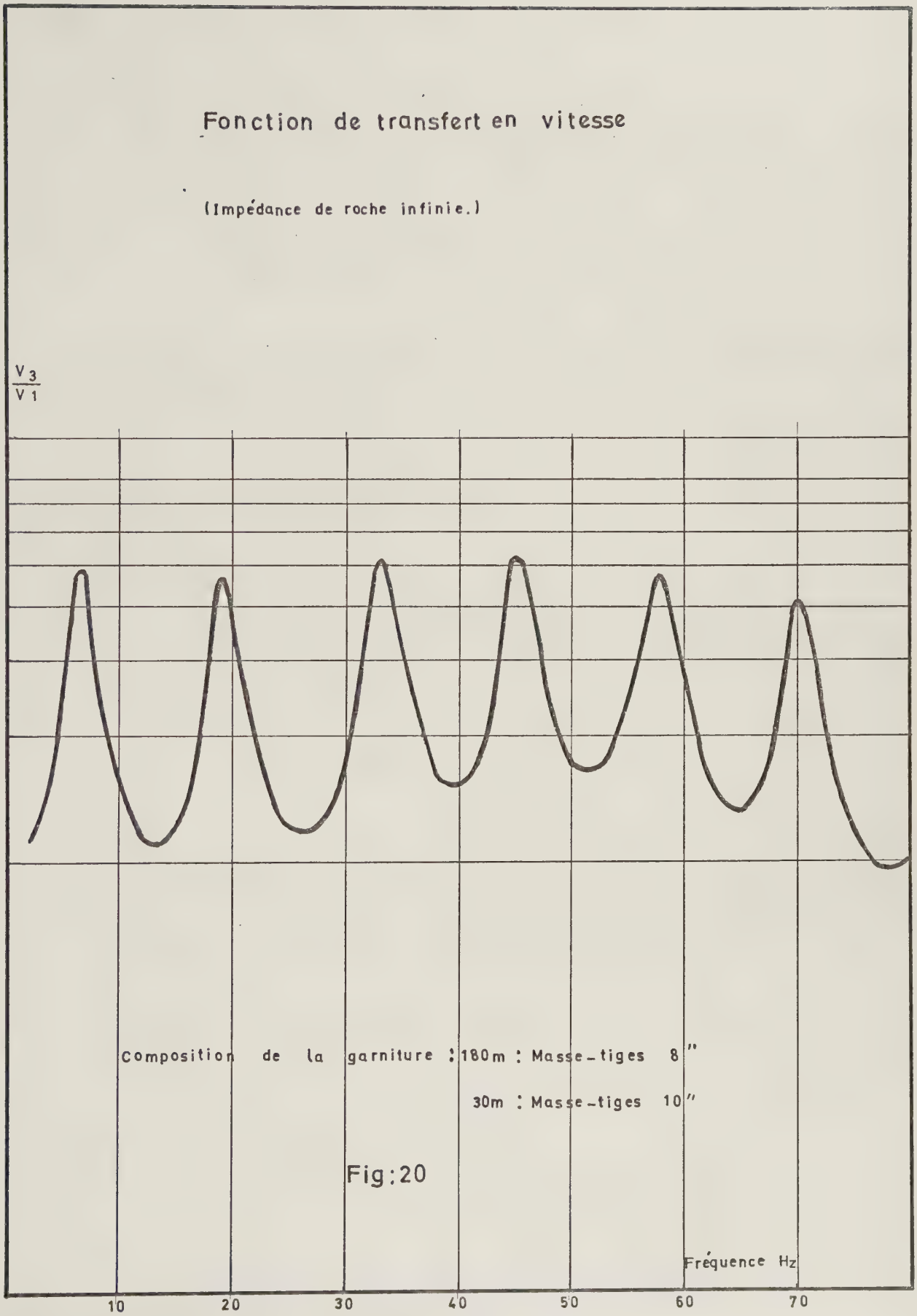

Fonction de transfert en vitesse
(Impédance de roche infinie.)
$\frac{V_3}{V_1}$
10
1
10
20
30
40
50
60
70
Fréquence Hz
Composition de la garniture : 180m : Masse-tiges 8"
30m : Masse-tiges 10"

Fig:20

et

$$V_{31} = \frac{1}{Z_{c5"} \left(\frac{1}{Z_{c10"}} \operatorname{sh}\gamma_1 l_1 \operatorname{ch}\gamma_2 l_2 + \frac{1}{Z_{c8"}} \operatorname{ch}\gamma_1 l_1 \operatorname{sh}\gamma_2 l_2\right) + \frac{Z_{c8"}}{Z_{c10"}} \left(\operatorname{sh}\gamma_1 l_1 \operatorname{sh}\gamma_2 l_2 + \operatorname{ch}\gamma_1 l_1 \operatorname{ch}\gamma_2 l_2\right)}$$

Les figures 19 et 20 donnent les fonctions de transfert de masse-tiges relevées au modèle analogique.

3 - Transferts dans les tiges 5"

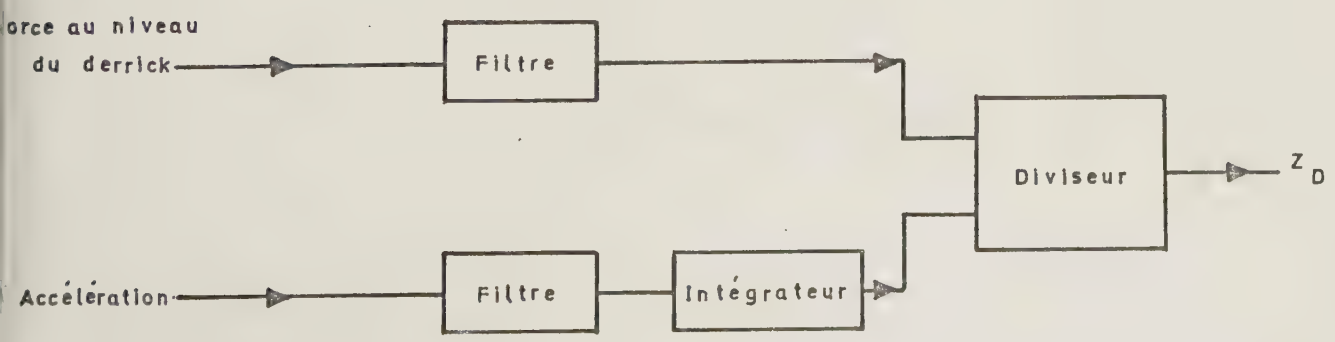
a) impédance du derrick

La formule établie précédemment, donnant le transfert dans les tiges 5" montre l'importance que prend la valeur de l'impédance du derrick dans les phénomènes observés en surface.

$$F_{D3} = \frac{1}{\operatorname{ch}\alpha l} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Z_c}{Z_D}}$$

Expérimentalement, le module de Z_D est obtenu par une analyse harmonique des signaux de force et d'accélération détectés en surface. Après filtrage et intégration de l'accélération, le rapport des niveaux obtenus donne l'amplitude de Z_D à la fréquence du filtre.

Le schéma de l'analyse est le suivant :



Deux exemples de résultats de cette analyse sont donnés fig. 21 et fig. 22.

La phase entre le signal de force et d'accélération n'a pas été mesurée. Cependant, pour calculer l'expression $\frac{1}{1 + \frac{Z_c}{Z_D}}$, il suffit de remarquer que, pour Z_D grand devant Z_C, on a :

$$\frac{1}{1 + \frac{Z_c}{Z_D}} \quad \text{équivalent à } 1$$

Ce qui signifie qu'à l'amortissement près, on peut négliger le transfert dans les 5" et l'influence du derrick. On peut donc transférer directement la force à l'entrée des 5"

et $\frac{1}{1 + \frac{Z_D}{Z_c}}$ équivalent à $\frac{Z_c}{Z_D}$

Ici, il suffit donc, dans le transfert en vitesse de faire le produit

$V_D \times \frac{Z_D}{Z_c}$ pour calculer V_3.

Dans les plages de Z_D voisines de $Z_{c5"}$, la phase de l'impédance du derrick est approximée à l'aide du diagramme donnant l'impédance d'entrée d'un système à un degré de liberté dans le plan de Nyquist.

Sur la figure 23, est reportée la fonction de transfert en vitesse :

$$/ V_{D3} / = \frac{1}{1 + \frac{Z_D}{Z_c}}$$

obtenue à la fin du forage d'un simple.

Les courbes d'impédance montrent que pour cette position, du simple dans la table de rotation, la fonction de transfert subit les plus grandes variations. C'est un phénomène observé couramment sur le plancher d'un derrick : la tour est soumise à des vibrations d'amplitude plus importantes à la fin du forage du simple qu'au début.

En fait, la fonction de transfert réelle subit une atténuation représentée par le terme en $\frac{1}{ch \propto 1}$. Pour calculer cette atténuation, on utilisera le tableau de la figure 18a donnant la valeur du quotient $\frac{1}{ch \propto 1}$ en décibels, en fonction de $\propto 1$.

La figure 24 représente l'inverse de la fonction de transfert des tiges 5". Cette courbe est utile pour transférer rapidement les signaux de surface à l'entrée des tiges 5". Pour tenir compte de l'amortissement dans les tiges 5" (terme en ch $\propto 1$) on a représenté les fonctions atténuées à 3, 5, 10 db.

4 - Fonctions de transfert de la garniture complète

La fonction de transfert totale est calculée graphiquement. La mesure de l'impédance du derrick permet de calculer V_{D3}; d'autre part, pour une garniture donnée, le calcul numérique ou analogique donne la fonction V_{31}; or :

$$V_{D\,1} = V_{D\,3} \times V_{31}$$

Sur un graphique semi logarithmique, il suffira d'effectuer la somme graphique des deux fonctions obtenues.

Les figures 25 et 26 donnent la construction graphique et la courbe obtenue pour une garniture de 123 m de masse-tiges 8" et 30 m de 10" et d'une garniture comprenant 159 m de 8" et 30 m de 10".

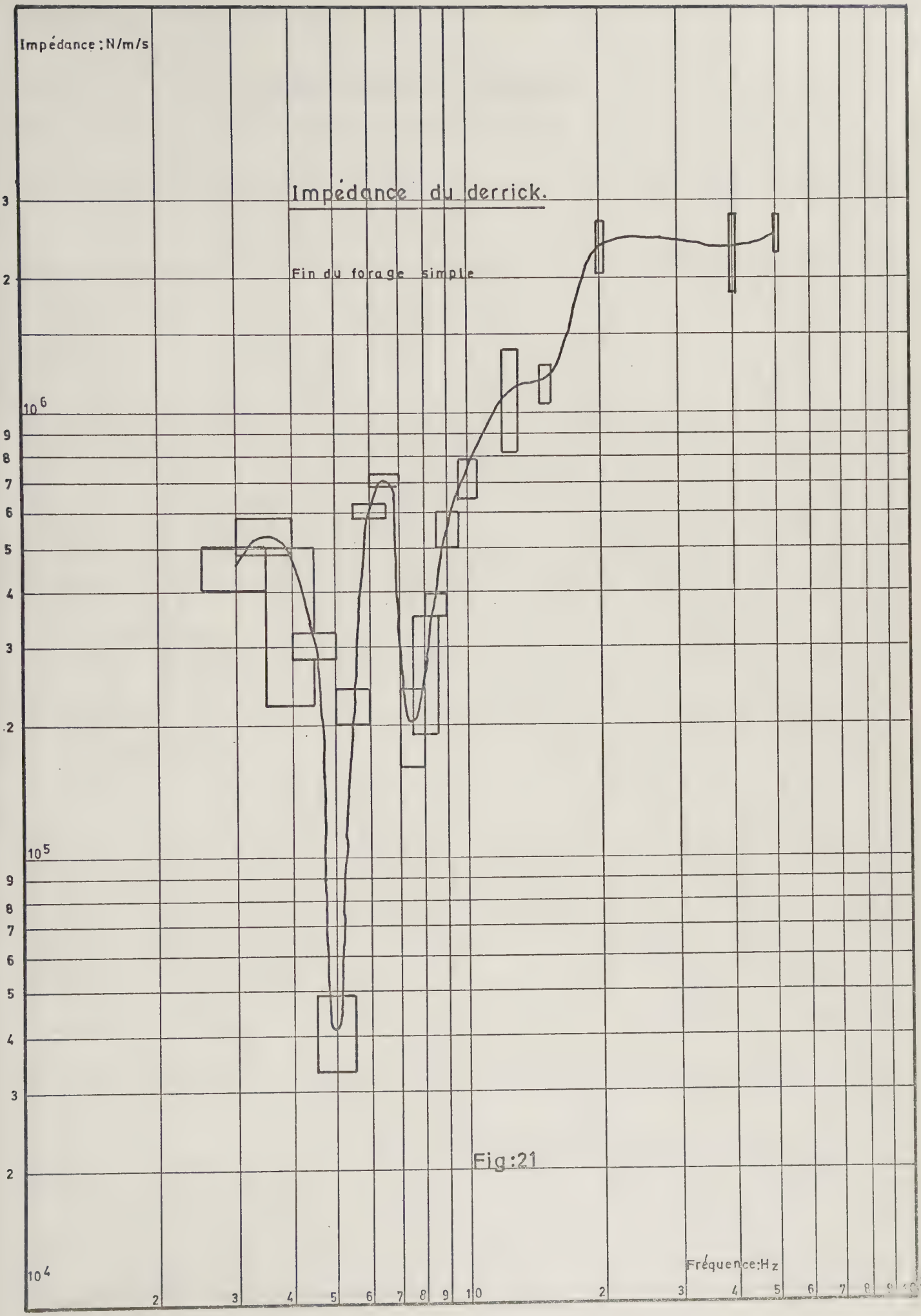

Impédance : N/m/s
Impédance du derrick.
Fin du forage simple
10^6
10^5
10^4
Fréquence:Hz

Fig:21

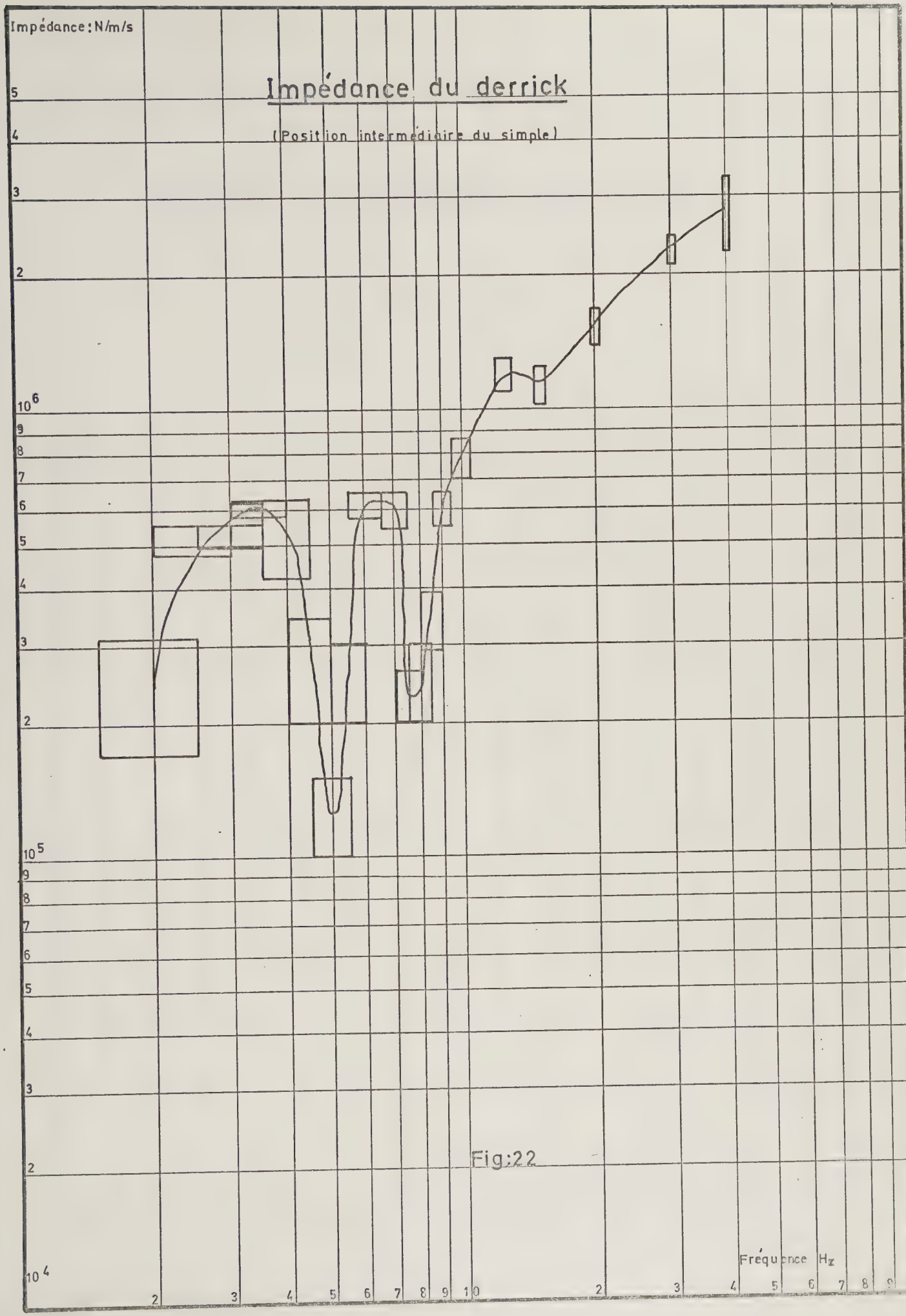
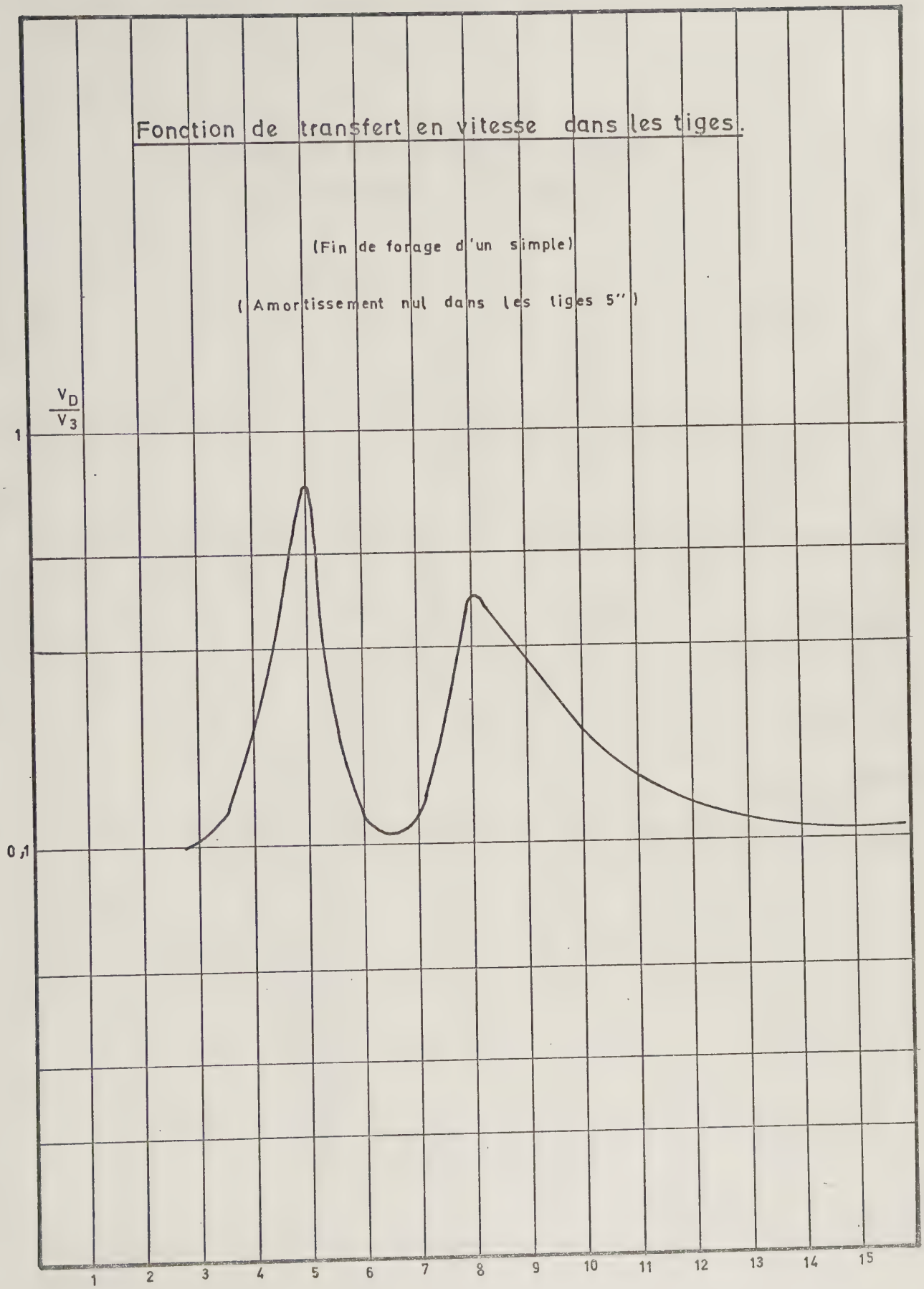

Impédance : N/m/s
Impédance du derrick
(Position intermédiaire du simple)
Fréquence Hz

Fig:22


Fonction de transfert en vitesse dans les tiges.
(Fin de forage d'un simple)
(Amortissement nul dans les tiges 5'')
$\frac{V_D}{V_3}$
1
0,1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

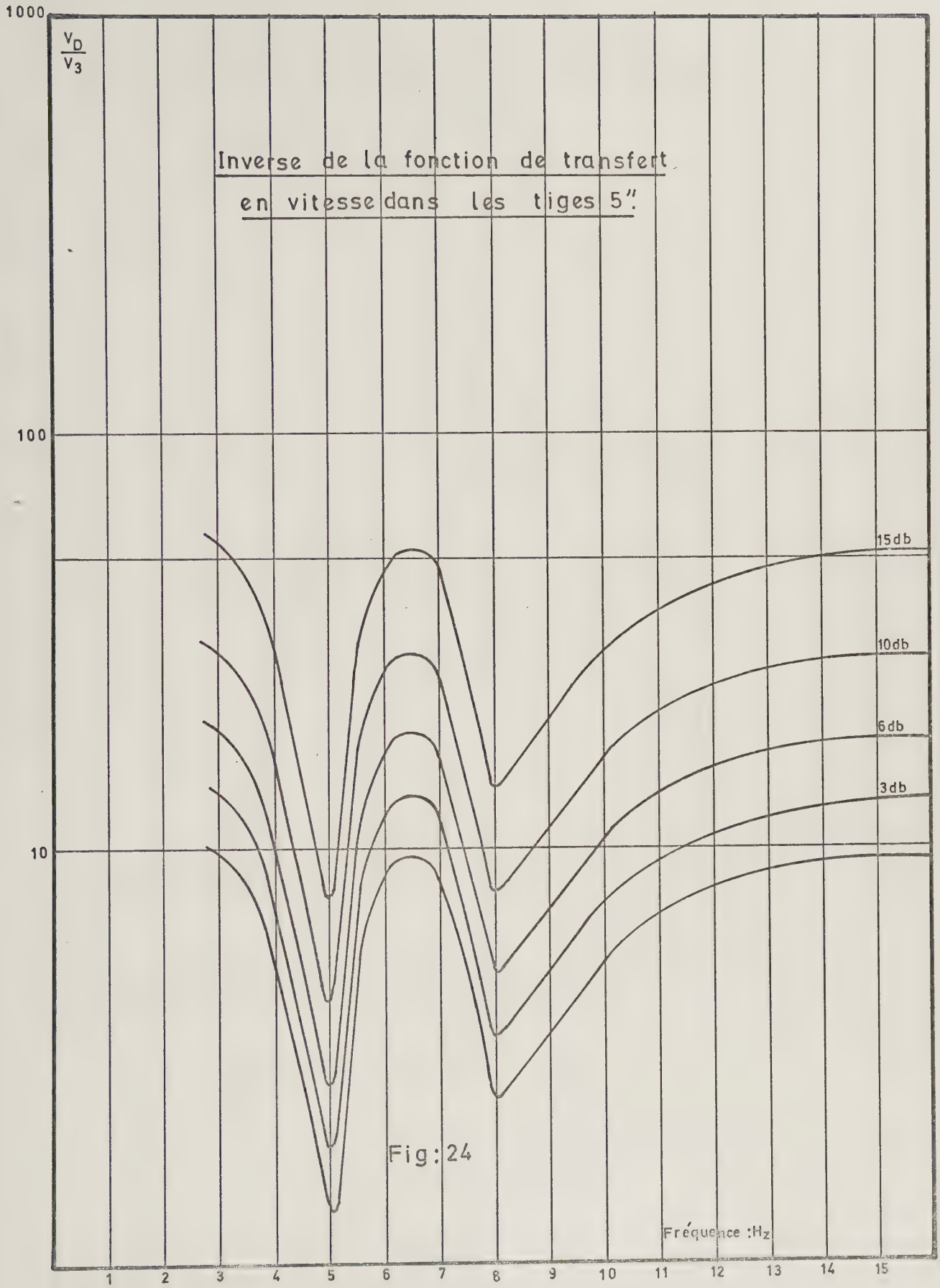

1000
100
10
$\frac{V_D}{V_3}$
Inverse de la fonction de transfert
en vitesse dans les tiges 5".
15db
10db
6db
3db
Fréquence :Hz
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

Fig: 24

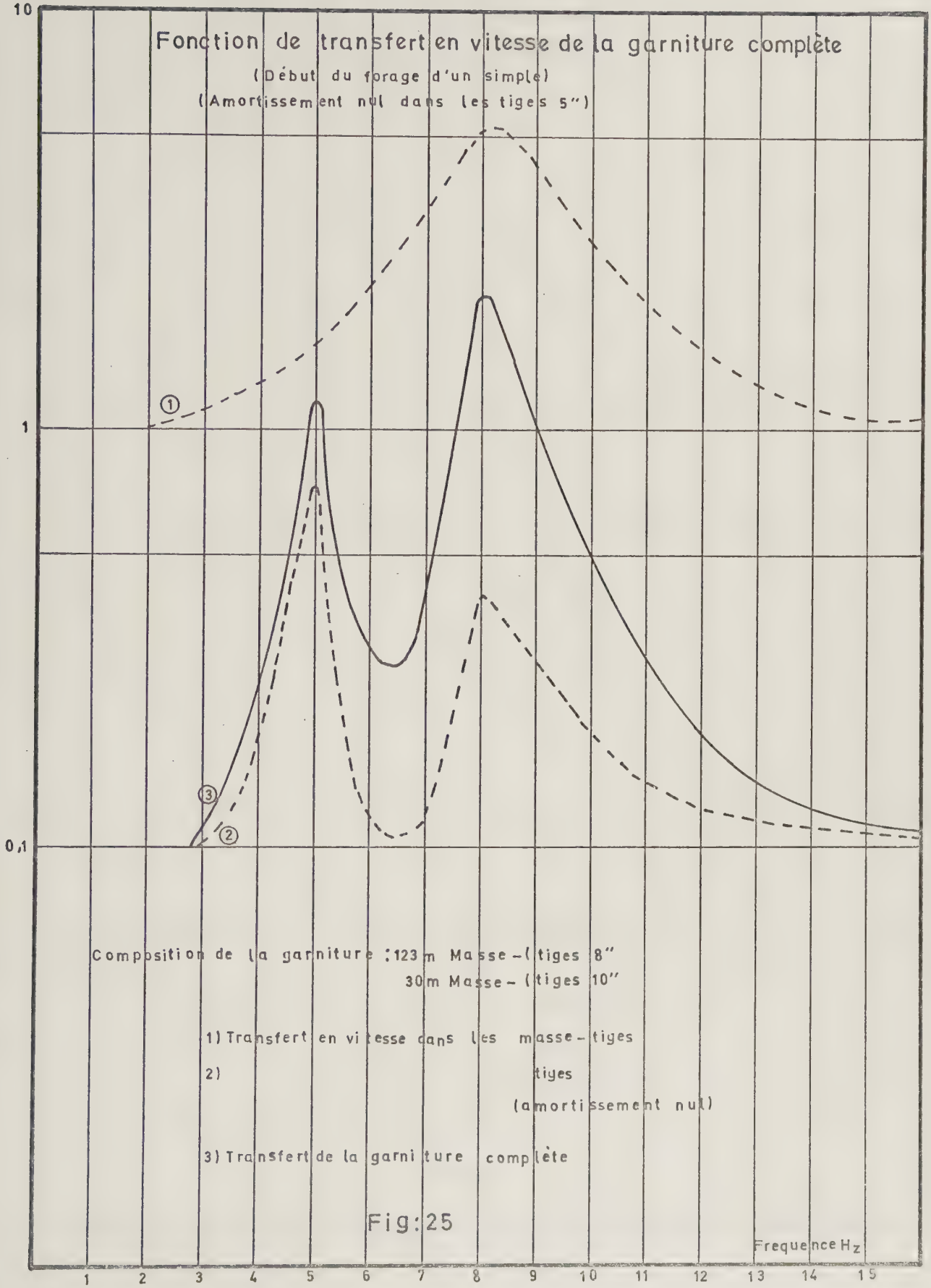

Fonction de transfert en vitesse de la garniture complète
(Début du forage d'un simple)
(Amortissement nul dans les tiges 5")
10
1
0,1
①
②
③
Composition de la garniture : 123 m Masse-(tiges 8"
30 m Masse-(tiges 10"
1) Transfert en vitesse dans les masse-tiges
2) tiges
(amortissement nul)
3) Transfert de la garniture complète
Frequence Hz
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Fig: 25

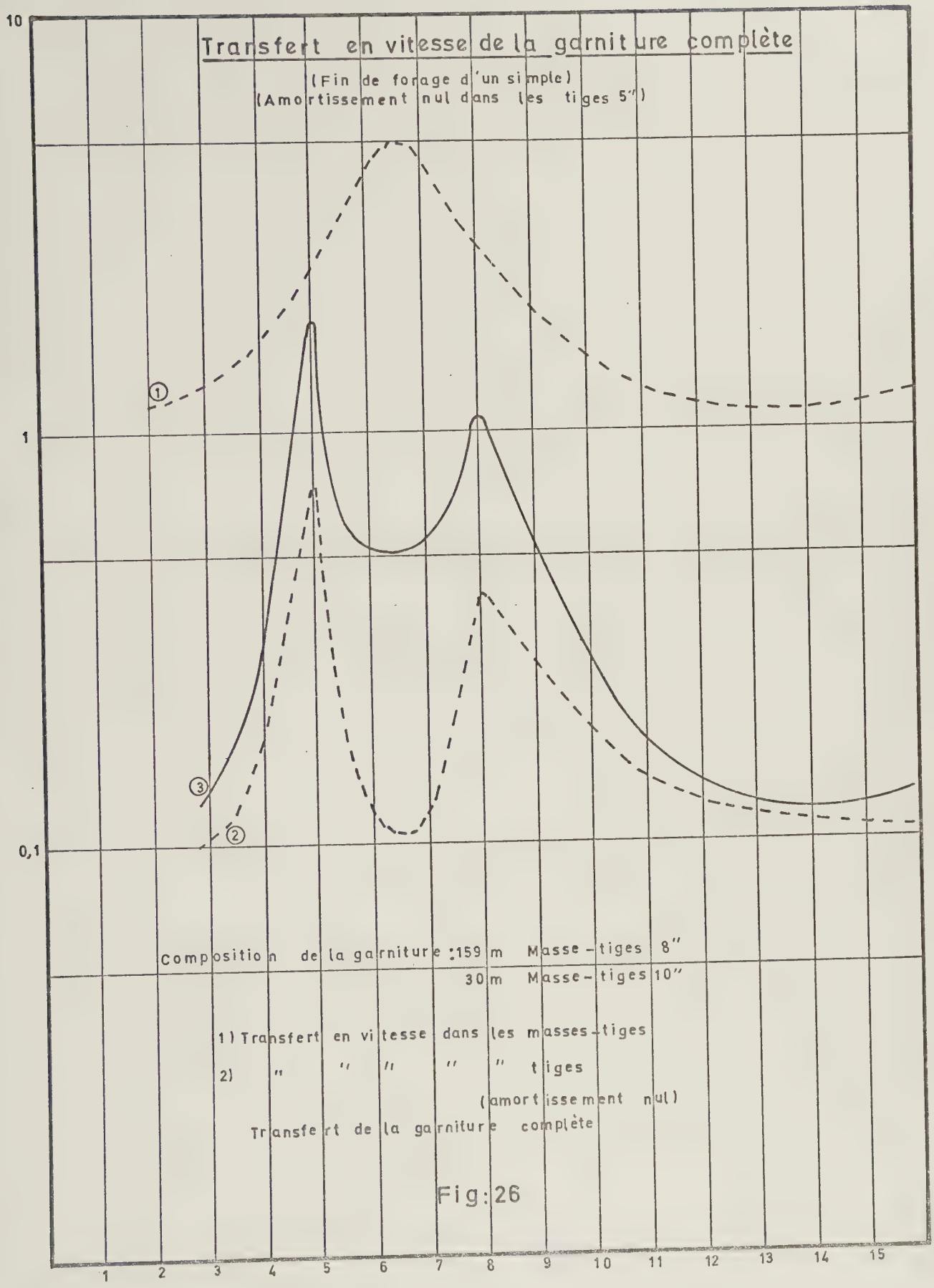

Transfert en vitesse de la garniture complète
(Fin de forage d'un simple)
(Amortissement nul dans les tiges 5")
10
1
0,1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
Composition de la garniture : 159 m Masse-tiges 8"
30 m Masse-tiges 10"
1) Transfert en vitesse dans les masses-tiges
2) " " " " " tiges
(amortissement nul)
Transfert de la garniture complète

Fig: 26

THEORIE DE L'ABSORBEUR DE VIBRATIONS

(SHOCK - SUB)

Le shock-sub est un appareil utilisé en forage pour absorber les vibrations créées par l'outil. On le place le plus souvent dans les masse-tiges 10", c'est-à-dire à la partie inférieure de la garniture.

Il est formé de deux pièces très légèrement côniques qui s'emboîtent l'une dans l'autre sur une longueur de un mètre environ. Pour solidariser les deux pièces du caoutchouc est vulcanisé dans l'espace compris entre les parties mâles et femelles.

Le shock-sub est vissé dans la garniture. Il introduit donc une liaison élastique entre les masse-tiges vissées entre lui et l'outil et le reste de la garniture.

Le caoutchouc utilisé réunit à la fois les propriétés élastiques et d'amortissement.

Des mesures faites au laboratoire ont montré que la raideur du shock-sub était voisine de 10^7 N/m. Une raideur aussi importante rend difficile les mesures directes de l'amortissement. Nous verrons que la connaissance exacte de l'amortissement introduit par le shock-sub n'est pas indispensable.

Nous nous proposons ici d'étudier le principe de fonctionnement théorique du shock-sub. En particulier, nous recherchons dans quelle mesure il est possible d'obtenir une résonance de la partie de la garniture placée sous le shock-sub ceci dans deux buts :

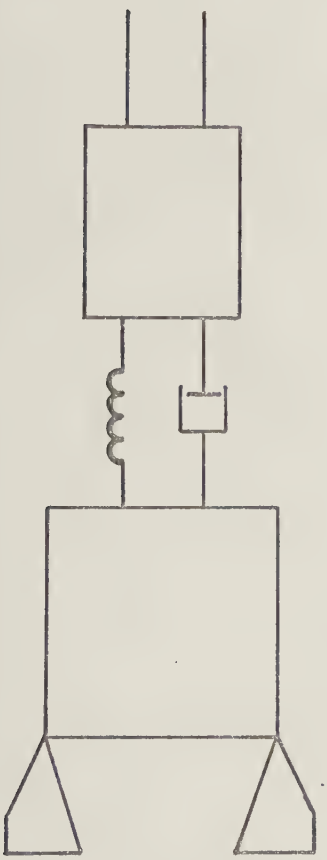
- du point de vue du forage, il semble avantageux de rechercher la résonance des masse-tiges placées sous le shock-sub pour obtenir des vitesses d'avancements supérieures,
- nous verrons que la fréquence de résonance de ces masse-tiges dépend essentiellement de l'impédance de roche forée. La détection en surface de cette résonance donnerait des informations très précises sur les propriétés élastiques de la roche.

THEORIE - EQUATIONS DU FONCTIONNEMENT

Nous schématiserons le shock-sub par un ressort de raideur 10^7 N/m, doublé d'un amortisseur en parallèle.

Nous admettrons que les masse-tiges 10" placées sous le shock-sub se comportent comme une masse-rigide. Elles n'interviennent dans les équations que par leur propre masse; leur élasticité est négligée.

En effet, la raideur de 9 m de masse tige 10", ($\frac{ES}{l} = 10^9$ N/m) est beaucoup plus grande que celle du shock-sub.



D'autre part, nous supposerons que l'impédance présentée par des masse-tiges placées au-dessus du shock-sub est suffisamment grande pour être assimilée à un encastrement.
Cette approximation est légitime pour les domaines de fréquences où l'impédance présentée par les 10" est supérieure à leur impédance caractéristique.

($Z_{c\ 8"} = 1.63.10^6$) : à 3 Hz, l'impédance du shock-sub tombe déjà à 5 10^5 N/m.

Il est évident que plus la fréquence monte, plus cette approximation est bonne.

Les seules perturbations peuvent apparaître aux fréquences basses correspondant à un minimum d'impédance d'entrée des masse-tiges. Nous verrons au modèle analogique que la perturbation introduite est faible.

Soit $\begin{pmatrix} F_1 \\ V_1 \end{pmatrix}$ l'amplitude de la force et de la vitesse sur l'outil,

$\begin{pmatrix} F_2 \\ V_2 \end{pmatrix}$ l'amplitude au-dessus du shock-sub,

$\begin{pmatrix} F_3 \\ V_3 \end{pmatrix}$ à l'entrée des tiges 5".

Entre les points 1 et 2, on a la relation :

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \dfrac{j\,M\,\omega}{c + \dfrac{K}{j\omega}} & j\,M\omega \\ \dfrac{1}{c + \dfrac{K}{j\omega}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_2 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Dans l'hypothèse où l'impédance présentée par la garniture est grande devant celle du shock-sub, on peut supposer : $V_2 = 0$ d'où les équations :

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{1 + \dfrac{j\,M\,\omega}{c + \dfrac{K}{j\omega}}} \qquad \text{et}$$

$$V_1 = F_2 \; \frac{1}{c + \dfrac{K}{j\,\omega}}$$

Soit A, la fonction de transfert en force entre les points 2 et 3. On a :

$$A = \frac{F_3}{F_2} \text{ , soit :}$$

$$\frac{V_1}{F_3} = \frac{1}{A}\left(\frac{1}{c + \frac{K}{j\omega}}\right) \quad \text{or,} \quad F_3 = Z_{C_{5"}} \cdot V_3 \text{ d'où}$$

$$\boxed{\frac{V_3}{V_1} = \frac{A}{Z_{c_{5"}}} \cdot \left(c + \frac{K}{j\omega}\right)}$$

Cette première équation donne le transfert en vitesse entre l'outil et l'entrée des tiges 5". Pour obtenir le transfert de la garniture complète, il suffit de multiplier $\frac{V_3}{V_1}$ par $\frac{V_D}{V_3}$ dont nous avons calculé l'expression par ailleurs.

1 - Transfert en vitesse dans les masse-tiges pour une impédance de roche infinie :

On a ici $V_1 = V_0$ amplitude d'excitation de l'outil et

$$\left|\frac{V_3}{V_D}\right| = \frac{A}{Z_{c\ 5"}} \cdot \left(c + \frac{K}{j\omega}\right)$$

En coordonnées logarithmiques, le transfert dans les masse-tiges est égal à la somme graphique des deux fonctions de transfert :

$$y_1 = \frac{1}{Z_{c\ 5"}} \cdot \left(c + \frac{k}{j\omega}\right)$$

$$y_2 = A$$

Remarque sur c :

(Nous utiliserons les notations utilisées lors de l'étude d'un système du second ordre page 20).

Il est peu probable que l'amortissement interne du shock-sub interdise toutes oscillations aux masse-tiges 10" placées sous le shock-sub. Le

coefficient α, du système du deuxième ordre formé par le shock-sub et les masse-tiges 10" est donc au plus, égal à 0,5.

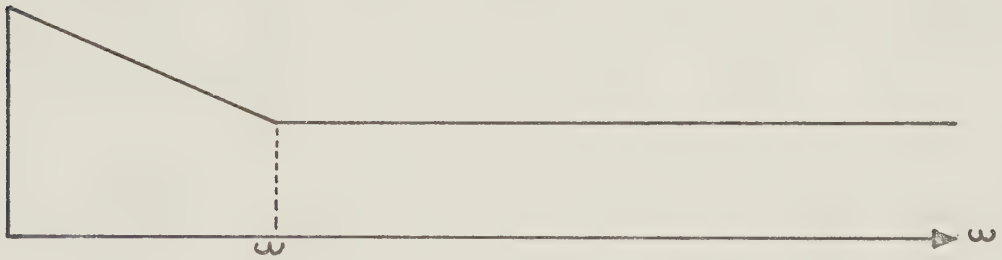
Or, pour deux masse-tiges sous le shock-sub, la masse M est voisine de 6 000 kg. D'où :

$$\alpha = \frac{C}{2\sqrt{KM}} \quad \text{et}$$

$$c = \sqrt{6.10^3.10^7} = 10^5\sqrt{6} \text{ soit environ}$$

$$c = 2,5,10^5$$

En coordonnées logarithmiques, la représentation graphique de $(c + \frac{K}{j\omega})$ est donnée ci-dessous :



$$\omega_o = \frac{K}{c} = \frac{10^7}{2,5.10^5} = 40$$

Pour $c = 2,5.10^5$, le point de coupure est à 40 Hz. Ce graphique montre qu'en fréquences inférieures à 40 Hz, on pourra faire l'approximation suivante :

$$(c + \frac{K}{j\omega}) \sim \frac{K}{j\omega}$$

La figure 34 représente la fonction $y_1 = \frac{K}{\omega Z_{C\ 5"}}$, tracée pour $K = 10^7$,

$Z_{c\ 5"} = 1{,}33.10^5$ N/m et la fonction de transfert en force A des masse-tiges 8" et 10" placées au-dessus du shock-sub. Le cas traité correspond à 180 m de masse-tiges 8" et 9 m de masse-tiges 10".

La courbe en trait continu est la somme graphique des deux fonctions. Elle représente la fonction de transfert en vitesse des masse-tiges.

La comparaison du transfert en vitesse de la même garniture sans shock-sub, montre que l'absorbeur de vibration diminue le niveau de vitesse à l'entrée des tiges 5", d'environ 20 décibels.

Remarque :

1°) - Dans l'hypothèse du forage d'une roche d'impédance infinie, la masse placée sous le shock-sub n'intervient pas.

La connaissance de la raideur du shock-sub et de la fonction de transfert en force des masse-tiges placées au-dessus, définit complètement le transfert.

2°) - Nous avons fait l'hypothèse que la partie supérieure du shock-sub était encastrée ($V_2 = 0$). Le minimum d'impédance des masse-tiges placées au-dessus de l'absorbeur est de l'ordre de 2.10^5 N/m/s ..., entre 3 et 40 Hz, l'impédance du shock-sub varie de 5.10^5 N/m/s. à 4.10^4 N/m/s. Donc, sauf peut être aux minimums d'impédance des masse-tiges, l'impédance de l'absorbeur est toujours inférieure.

Nous avons vérifié cette hypothèse au modèle analogique :
La figure 27 représente le transfert dans le shock-sub ($y_1 = \frac{K}{Z_c\ \omega}$) mesuré au modèle analogique, lorsque celui-ci est chargé sur 180 m de masse-tiges 8" et 9 m de masse-tiges 10". On remarque que la courbe est perturbée au voisinage du maximum de la fonction A, (fréquence correspondant au minimum d'impédance des masse-tiges placées au-dessus).

La courbe en trait plein est tracée à partir du transfert du shock-sub mesuré au modèle analogique. On remarque que la perturbation influe peu sur le résultat final. Enfin, la figure 28 donne le transfert total mesuré directement au modèle.

2 - Transfert en vitesse dans les masse-tiges pour une impédance de roche finie

Pour introduire une impédance de roche, on utilise la formule (établie page 45)

$$V_1 = V_0 \quad \frac{Z_R}{Z_1 + Z_R}$$

où Z_R est l'impédance de la roche.

Z_1, l'impédance présentée à l'outil par le shock-sub et les masse-tiges placées sous celui-ci.

Le transfert total a donc pour expression :

$$\frac{V_3}{V_0} = \frac{Z_R}{Z_1 + Z_R} \left(c + \frac{K}{j\omega}\right) \cdot \frac{A}{Z_{c\ 5''}}$$

A est le transfert en force des masse-tiges placées au-dessus du shock-sub.

Pour étudier l'influence de l'impédance de la roche, nous nous placerons dans les cas suivants :

$$c = 0$$

$$Z_R = \frac{k}{j\omega}$$

Avec ces hypothèses : $Z_1 = j\,M\omega + \frac{K}{j\omega}$

(On rappelle que M est la masse des masse-tiges placées sous le shock-sub.)

La formule écrite ci-dessus devient :

$$\frac{V_3}{V_0} = \frac{\frac{K}{\omega}}{jM\omega + \frac{K}{j\omega} + \frac{K}{j\omega}} = \frac{A}{Z_{c\ 5''}} \cdot \frac{K}{j\omega}$$

La figure 33 représente trois fonctions $\frac{V_3}{V_0}$ obtenues au simulateur analogique pour trois impédances de roche de raideurs différentes.

Il est important de noter que la raideur de la roche k introduit une résonance supplémentaire à la fréquence :

$$\omega_o \sqrt{=\ \frac{K + k}{M}}$$

Et avec les raideurs de roches couramment admises, on peut certainement négliger K devant k, d'où :

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

Pour les trois courbes tracées figure 29, les fréquences de résonance calculées sont :

k	N_o
3.10^7 N/m	12 Hz
10^8 N/m	14 Hz
2.10^8 N/m	24 Hz

On remarque nettement à ces fréquences, la perturbation apportée par la résonance des masse-tiges situées sous le shock-sub. Cette fréquence est celle du contact outil roche. Il semble donc qu'il serait très avantageux du point de vue du forage de se placer à une vitesse de rotation telle que l'excitation de l'outil corresponde à cette résonance.

Conclusions :

- l'introduction du shock-sub dans la garniture réduit le niveau de vibration d'au moins 20 décibels.
- la présence du shock-sub dans la garniture repousse la première fréquence de résonance à une valeur plus élevée (maximum de la fonction de transfert en force)
- pour une raideur du shock-sub voisine de 10^7 N/m, la résonance de la partie basse de la garniture est en premier lieu fonction de la raideur du contact outil roche.

Cette fréquence de résonance est donnée par la formule :

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{M}} \qquad \text{où,}$$

- k, est la raideur du contact outil roche,
- M, est la masse des masse-tiges placées sous le shock-sub.

CONCLUSION

L'étude théorique du comportement dynamique de la garniture en termes d'impédances mécaniques et de fonction de transfert, nous a permis de proposer une formulation simple des grandeurs vibratoires qui nous paraissent les plus intéressantes, à savoir : l'impédance offerte par la garniture à l'outil et les fonctions de transfert en force et en vitesse.

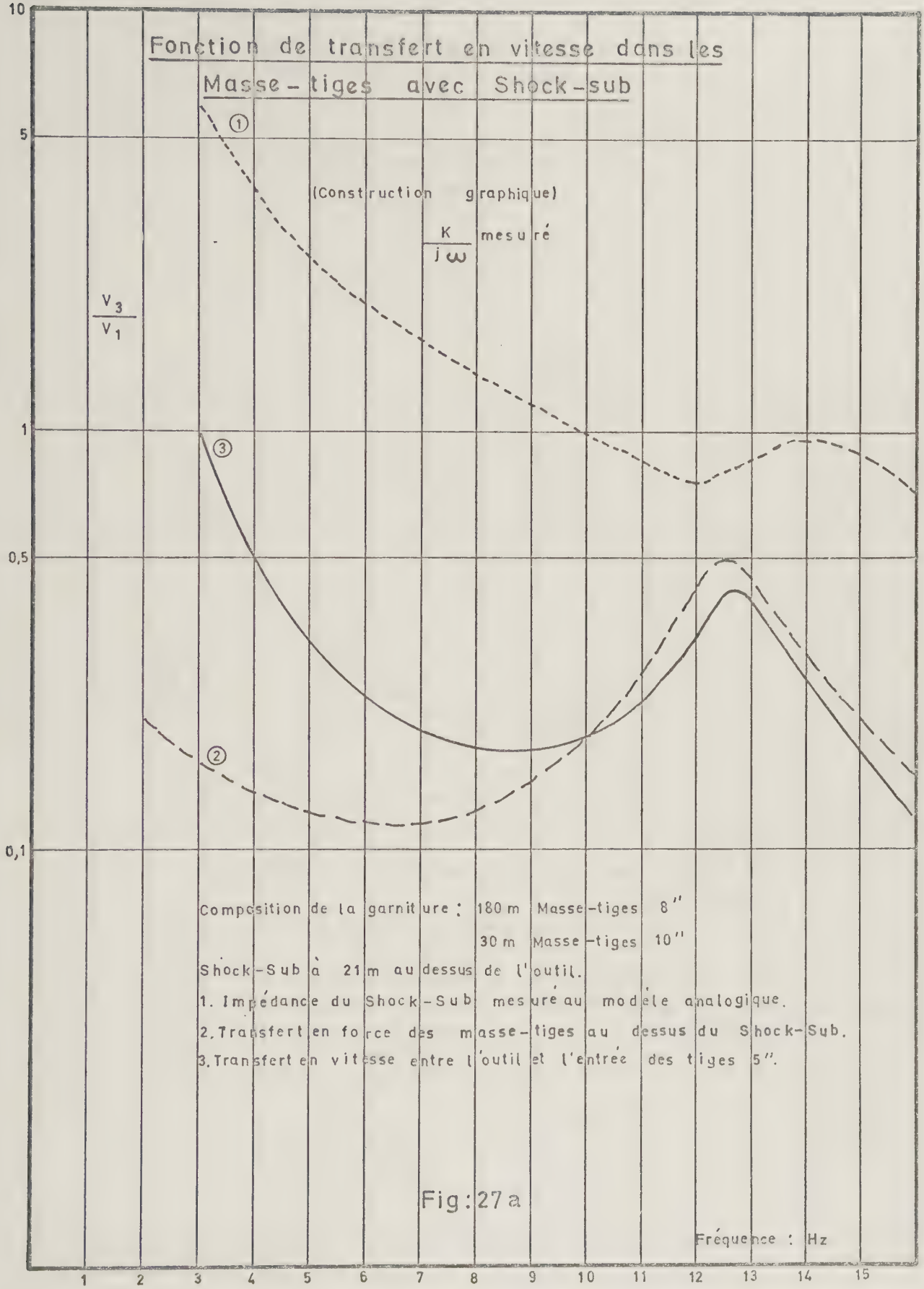

Fonction de transfert en vitesse dans les
Masse-tiges avec Shock-sub
(Construction graphique)
K/jω mesuré
V3/V1
10
5
1
0,5
0,1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
Fréquence : Hz
Composition de la garniture : 180 m Masse-tiges 8"
30 m Masse-tiges 10"
Shock-Sub à 21 m au dessus de l'outil.
1. Impédance du Shock-Sub mesuré au modèle analogique.
2. Transfert en force des masse-tiges au dessus du Shock-Sub.
3. Transfert en vitesse entre l'outil et l'entrée des tiges 5".

Fig : 27 a

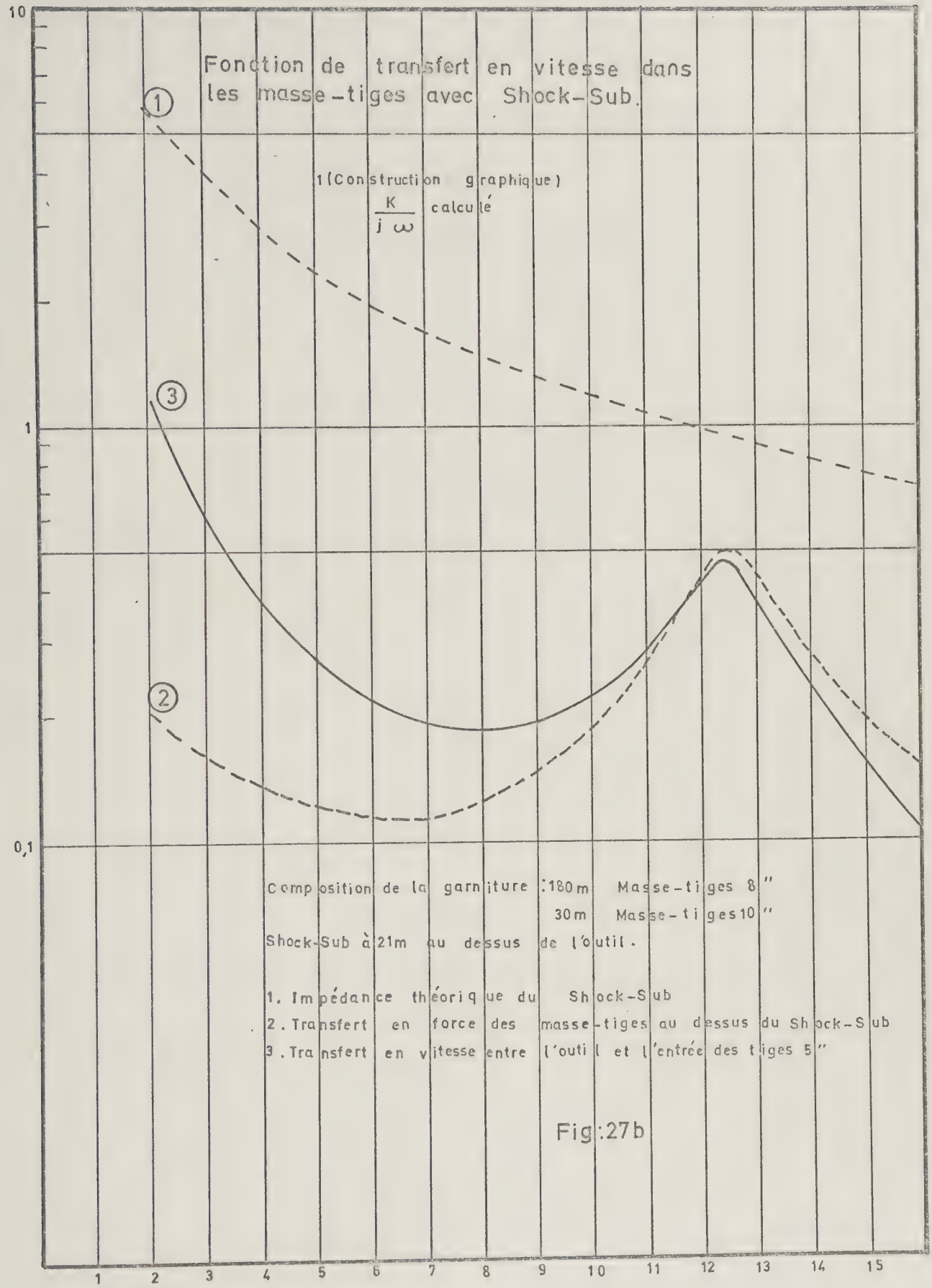

Fonction de transfert en vitesse dans les masse-tiges avec Shock-Sub.
1 (Construction graphique)
K / j ω calculé
10
1
0,1
1
2
3
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
Composition de la garniture : 180 m Masse-tiges 8 "
30 m Masse-tiges 10 "
Shock-Sub à 21m au dessus de l'outil.
1. Impédance théorique du Shock-Sub
2. Transfert en force des masse-tiges au dessus du Shock-Sub
3. Transfert en vitesse entre l'outil et l'entrée des tiges 5"

Fig:27b

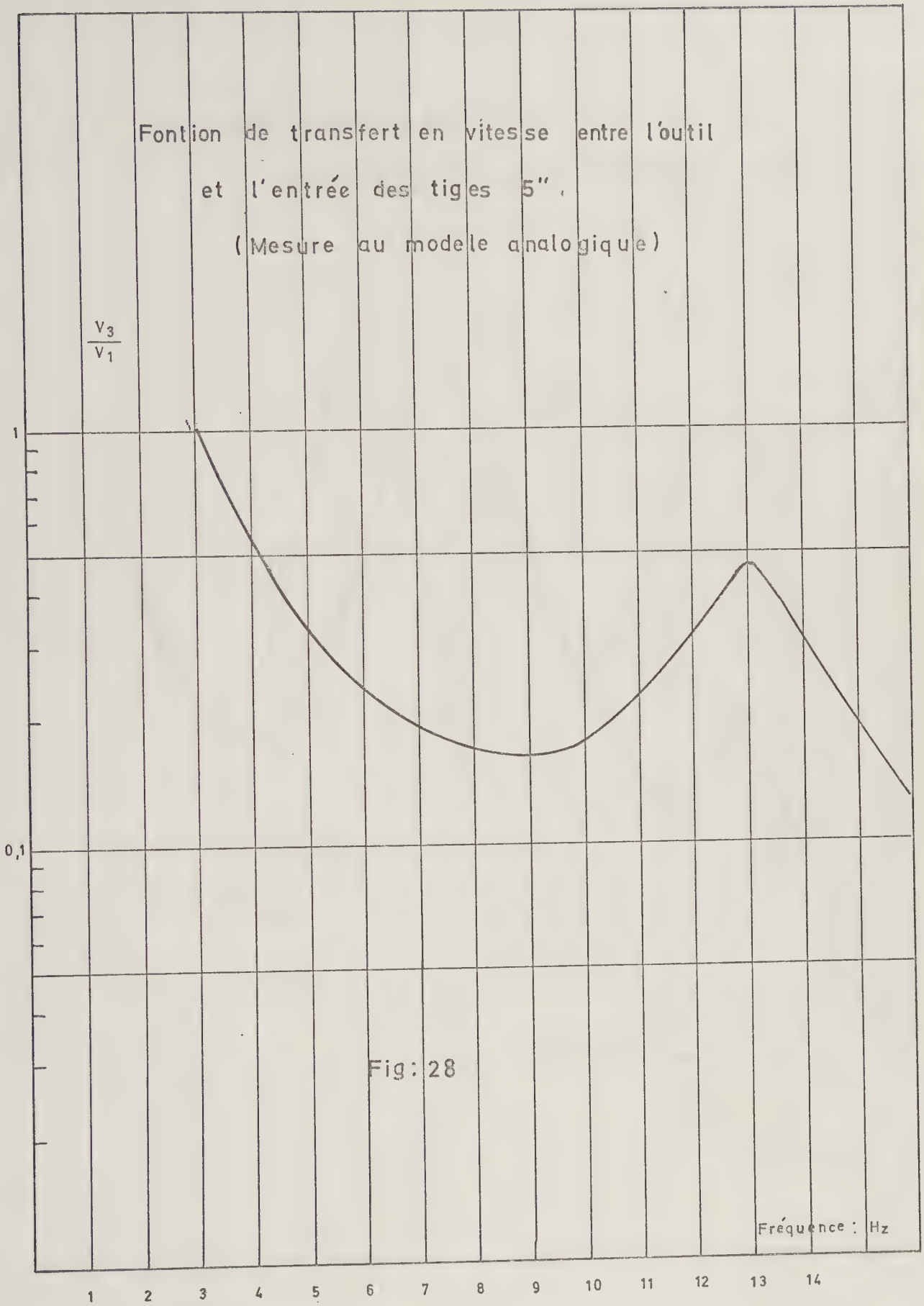

Fonction de transfert en vitesse entre l'outil
et l'entrée des tiges 5".
(Mesure au modele analogique)
$\frac{V_3}{V_1}$
1
0,1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
Fréquence : Hz

Fig: 28

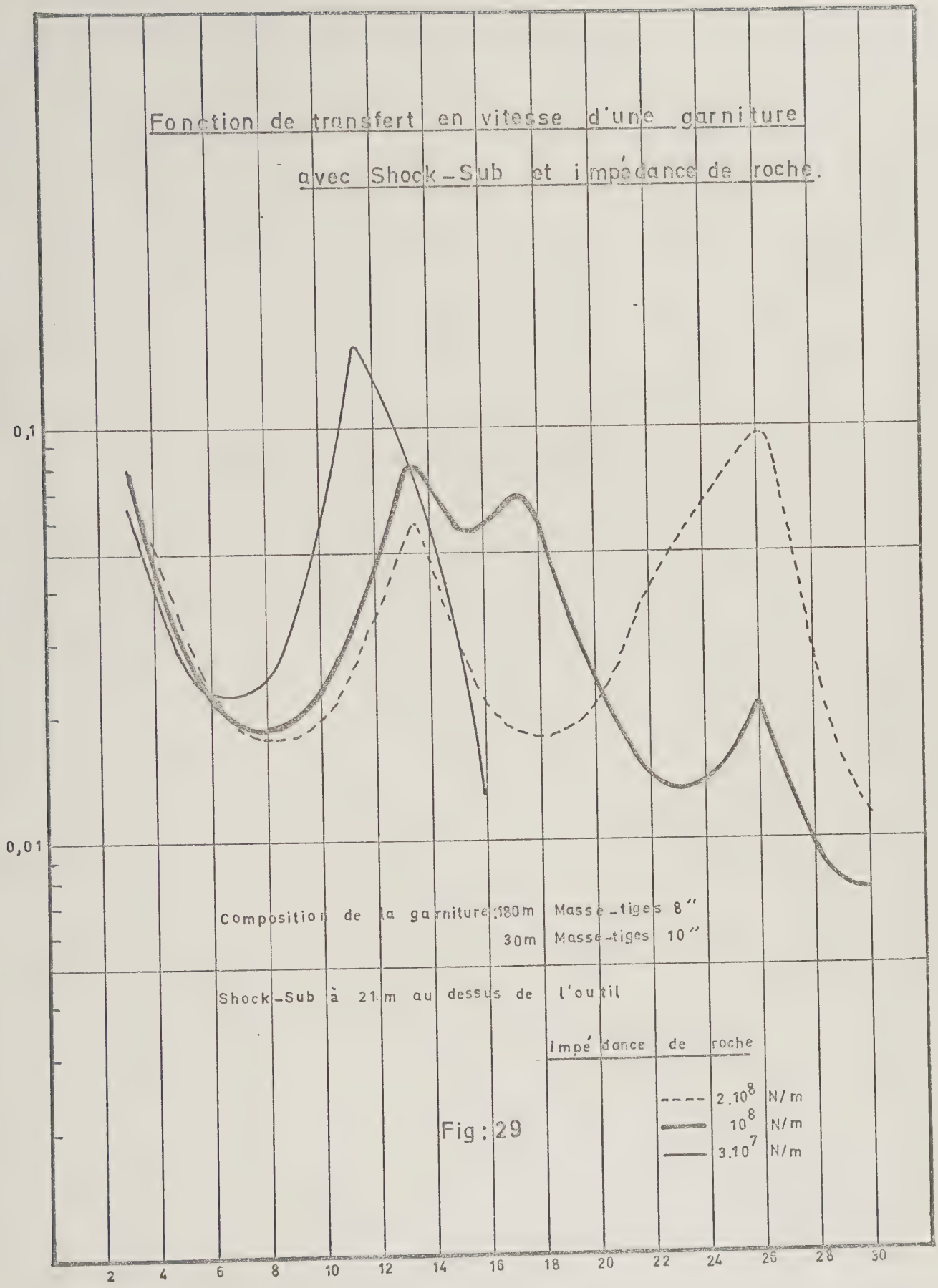

Fonction de transfert en vitesse d'une garniture
avec Shock-Sub et impédance de roche.
0,1
0,01
Composition de la garniture : 180m Masse-tiges 8"
30m Masse-tiges 10"
Shock-Sub à 21m au dessus de l'outil
Impédance de roche
2.10^8 N/m
10^8 N/m
3.10^7 N/m
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30

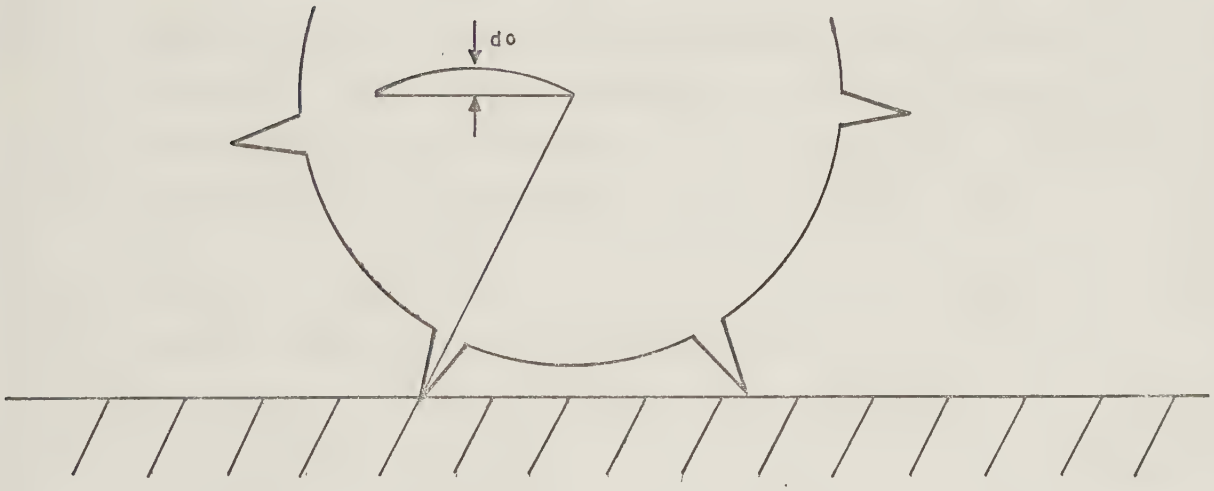
Fig : 29

EXCITATION VIBRATOIRE DU TRICONE

EXCITATION VIBRATOIRE DU TRICONE

Au cours de la rotation du tricône, les dents supportent successivement la force d'appui du trépan sur la roche. Le passage d'une dent à la suivante s'accompagne d'un léger déplacement vertical : la dent en effet "force" son passage entre deux obstacles : la roche et les masse-tiges.

Si on suppose la roche infiniment rigide, le tricône imposera à la garniture le déplacement d_o indiqué sur la figure ci-dessous.



Déplacement imposé par le tricône

Or, l'examen d'un front de taille foré par un tricône (photo ci-jointe) montre sur le pourtour du front de taille un nombre constant d'impacts. Par contre, dans la partie centrale, la périodicité des impacts disparaît.

Il semble donc que la couronne extérieure des dents d'une molette impose à cette molette une rotation à peu près continue sur le front de taille. Il en résulte un nombre d'impacts sur le pourtour du font de taille, lié au nombre de dents taillées sur la couronne extérieure : si d est le diamètre d'une molette, D le diamètre du puits, n le nombre de dents, le nombre d'impacts par tour sera égal à $n \cdot \frac{D}{d}$.

L'amplitude de ce déplacement d_o, définit l'amplitude de l'excitation du générateur de vibrations à la fréquence $n \cdot \frac{D}{d}$.

D'autre part, du fait de sa symétrie ternaire, le tricône peut générer une fréquence égale à trois fois la fréquence de rotation. On conçoit aisément qu'une hétérogénéité incluse dans la roche créera une excitation longitudinale à chaque passage d'une molette.

Dans la suite de l'exposé nous désignerons cette fréquence par le terme : fréquence 3 N. De même la fréquence liée à la percussion des dents de la couronne extérieure sera désignée par : fréquence 20 N. (La plupart des tricônes génère environ 20 impacts par tour de garniture).

Notons immédiatement que l'amplitude du 3 N ne peut être fixée a priori puisqu'elle dépend des hétérogénéités incluses dans la roche.

Des mesures statiques directes, au comparateur, donnent pour d_o une amplitude voisine de un millimètre pour un tricône 4" 1/4. On peut également estimer cette amplitude à partir de considérations géométriques.

En fait, ces estimations statiques semblent assez loin de la réalité puisqu'on néglige l'existence des trois molettes et de leur désaxement.

Nous avons donc conduit une importante série d'essais au banc de forage qui permettent de définir ce qu'on appelle le spectre intrinsèque de l'outil, c'est-à-dire, l'excitation vibratoire du tricône sous impédance de charge nulle.

Ces essais permettent de mesurer l'excitation de l'outil dans la plage du 20 N. Il ne nous a pas été possible de créer, en laboratoire l'excitation 3 N. Cependant nous donnons dans un second paragraphe quelques résultats pratiques illustrés d'une carotte prélevée sur un chantier.

./...

MESURE DE L'EXCITATION VIBRATOIRE INTRINSEQUE DE DEUX OUTILS DE DIAMETRE 4" 1/4

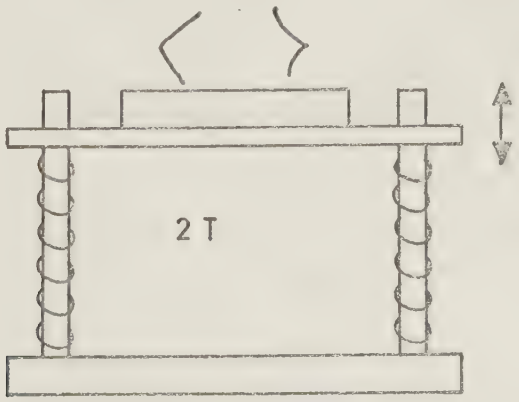
Excitation des dents des couronnes extérieures

Nous cherchons à définir des conditions d'expériences permettant de mesurer le déplacement vertical généré par l'outil dans sa rotation contre le front de taille.

Pour obtenir une mesure intrinsèque, indépendante des impédances situées de part et d'autre de l'outil, nous nous plaçons dans des conditions telles que l'impédance au-dessus de l'outil est infiniment grande devant l'impédance en dessous de l'outil.

DISPOSITIF EXPERIMENTAL

L'outil est vissé sur l'arbre, une tranche de roche (ou une plaque d'acier) est fixée sur une table coulissant le long de quatre guides. La table est appliquée contre l'outil par quatre ressorts souples, enfilés le long des guides. Ces ressorts prennent appui sur le plateau du vérin.



FONCTIONNEMENT

Dans la rotation de l'outil, le déplacement imposé entre front de taille et outil est entièrement encaissé par la table mobile puisque l'arbre est considé-

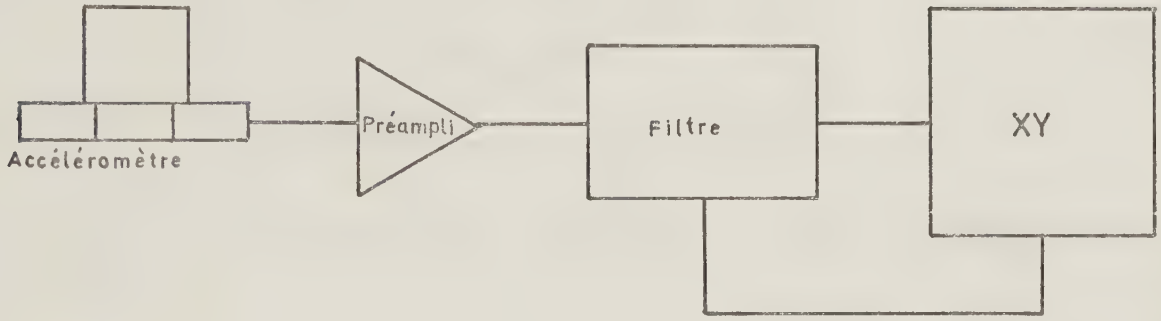
ré comme infiniment rigide.

MESURE

Un accéléromètre piezo électrique vissé sous la table mesure l'accélération.

Déroulement des essais

Le schéma général du montage est le suivant :



- le temps total pour tracer un spectre est d'environ 10 mn. Chaque enregistrement comprend un aller-retour soit environ 20 mn.
  Au bout de 20 mn, on trace un autre spectre. Cette technique permet d'étudier l'évolution des spectres au cours du temps.

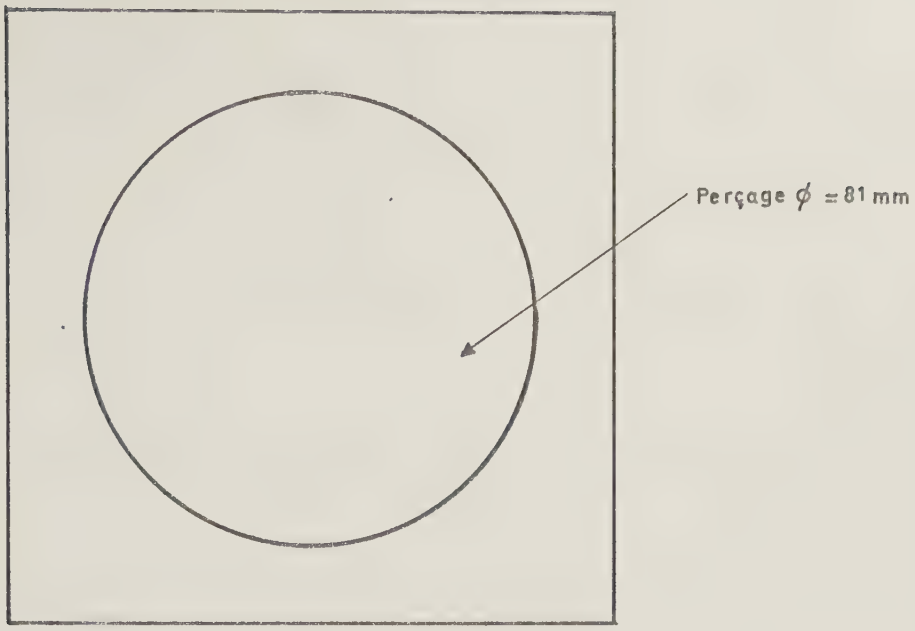
- les conditions de vitesse de rotation et d'amplitude sont indiquées sur les enregistrements.

A - Essai avec une plaque d'acier-percée

Nous avons constaté en forage au banc que le 20 N est l'amplitude maximum sur un spectre relevé en forage. D'où l'idée d'étudier l'excitation due aux dents de la couronne extérieure, indépendamment de l'excitation des dents intérieures.

La plaque d'acier a donc été percée au centre pour ne conserver que la surface de roulement des dents extérieures.

./...



Les spectres obtenus sont représentés sur les fig. 32a, 32b, 32c, 32d, 32f).

On remarque immédiatement la grande pureté des spectres obtenus, surtout aux basses vitesses de rotation. (La qualité des spectres à 53 t/mn et 75 t/mn s'explique par la faible densité des chocs et percussions aux vitesses basses). La première photographie présentée à la fin de ce chapitre montre l'état de la plaque après les essais.

Nous nous proposons de rechercher qu'elle est la fonction temps dont nous avons ici la transformée de Fourier. Un programme d'inverse de T.F est en cours, mais dès à présent, on peut remarquer que le spectre a l'allure d'un spectre d'impulsions rectangulaires.

- Rappel du calcul d'une transformée de Fourier d'impulsions périodiques :

Avec les notations de la figure ci-avant, calculons les coefficients de Fourier de cette fonction périodique (période $\frac{1}{\nu}$).

Avec des notations évidentes :

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^{\varepsilon} \cos nwt \, dt = + \frac{2h}{T} \frac{1}{nw} \sin nwt \Big|_0$$

$$= \frac{2h}{nwt} \sin n w \varepsilon$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^{\varepsilon} \sin nwt \, dt = - \frac{2h}{T} \quad \frac{1}{nw} \qquad \cos nwt \Big|_0^{\varepsilon}$$

$$= \frac{+ 2h.}{n w t} \quad .1 - \cos n w \varepsilon$$

On obtient donc un spectre de raies, chaque raie est distante sur l'axe des fréquences, de $\nu = \frac{1}{T}$.

Le module s'annule pour $a_n = b_n = 0$ soit $nw\varepsilon = 2\pi$ soit :

$$n\varepsilon\omega = k \times 2\pi \qquad k \text{ entier } 1, 2, 3...$$

soit avec $\nu = \frac{w}{2\pi}$

soit aux fréquences f telles que :

$$f = \frac{1}{\varepsilon} \quad \frac{2}{\varepsilon} \quad \frac{3}{\varepsilon} \quad \ldots \quad \frac{n}{\varepsilon}$$

A l'origine des fréquences, on a :

$$n \longrightarrow o \qquad \text{et}$$

$$a_n = \frac{2h}{T} \qquad \text{soit} \quad 2 \, h \, \nu \varepsilon$$

$$b_n = 0$$

Ainsi, <u>en supposant</u> la fonction d'excitation en temps du tricône, comme <u>une suite de percussions</u>, les formules ci-dessus permettent de calculer les caractéristiques de l'impulsion :

ν est la distance de deux raies

$\frac{1}{\varepsilon}$ est la fréquence pour laquelle l'amplitude des raies s'annule.

L'amplitude à l'origine des fréquences permet le calcul de la hauteur de l'impulsion par la formule :

$$a_n = 2\, h \varepsilon \mathcal{J} \quad \text{pour } f = 0$$

Par exemple à 53 t/mn (fig. 32a), les fréquences des harmoniques sont :

24 Hz
37 Hz
69 Hz
82 Hz soit $\mathcal{J}$ variant entre 24 et 22 Hz.

Nous prendrons $\mathcal{J}$ = 23 Hz, qui correspond à une période de répétition des impulsions égale à 3,5 ms.

Nous avons estimé que l'amplitude des pics s'annule pour la fréquence $\frac{1}{\varepsilon}$ = 100 Hz, soit une largeur d'impulsion de 10 ms.

L'amplitude à l'origine donne h, nous lisons une accélération de 0,98 m/s^2 (à partir du niveau moyen de bruit) soit un déplacement de $4{,}32.10^{-5}$ m (à 24 Hz, w = 151 et $w^2 = 2{,}27.10^4$).

Donc : $2 \varepsilon h \mathcal{J} = 4{,}35.10^{-5}$ et

$$h = 8{,}5.10^{-2} \text{ mm}$$

D'où la fonction temps à 53 t/mn. (fig. 32d).

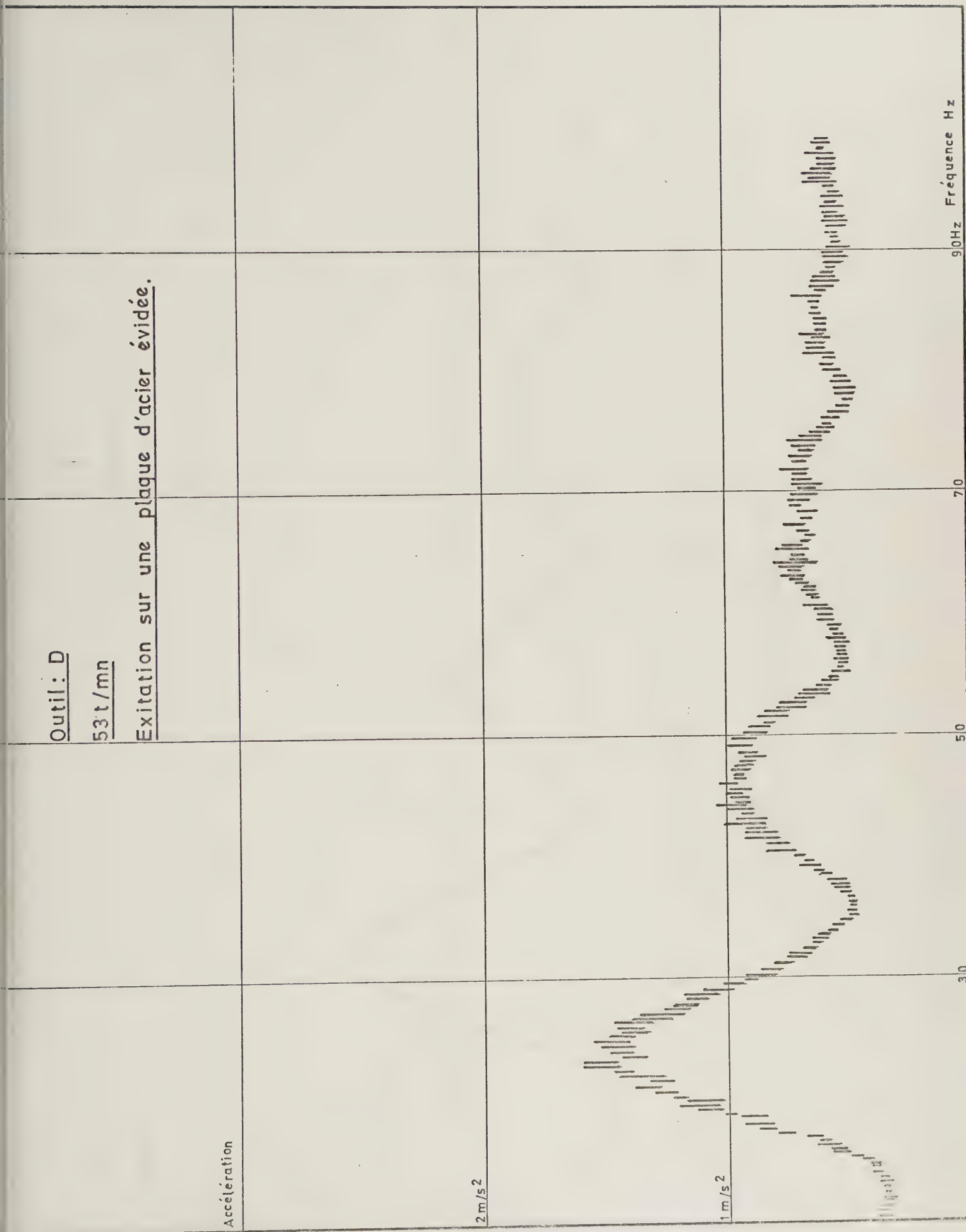

Outil : D
53 t/mn
Exitation sur une plaque d'acier évidée.
Accélération
2 m/s²
1 m/s²
30
50
70
90Hz Fréquence Hz

Figure 32a

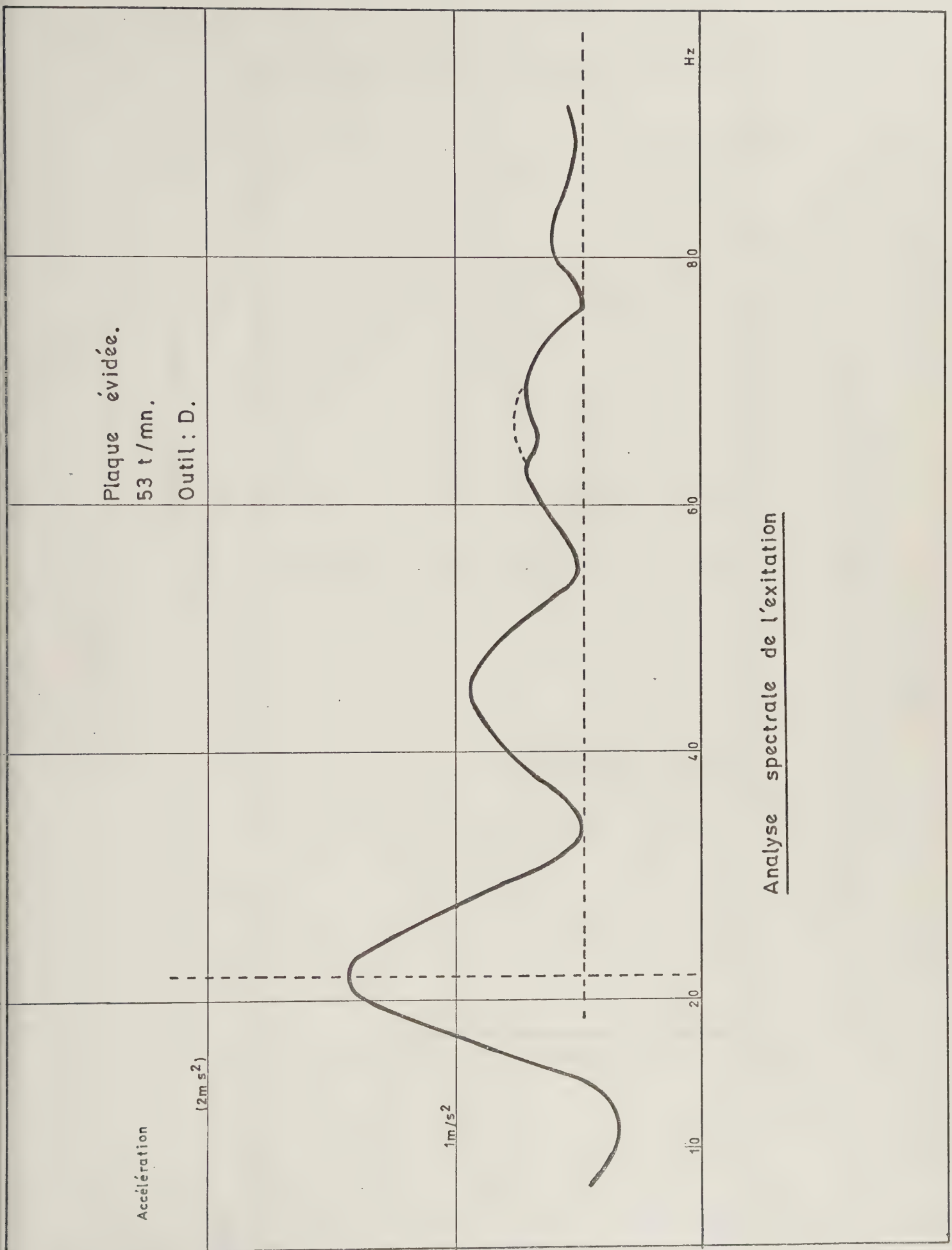
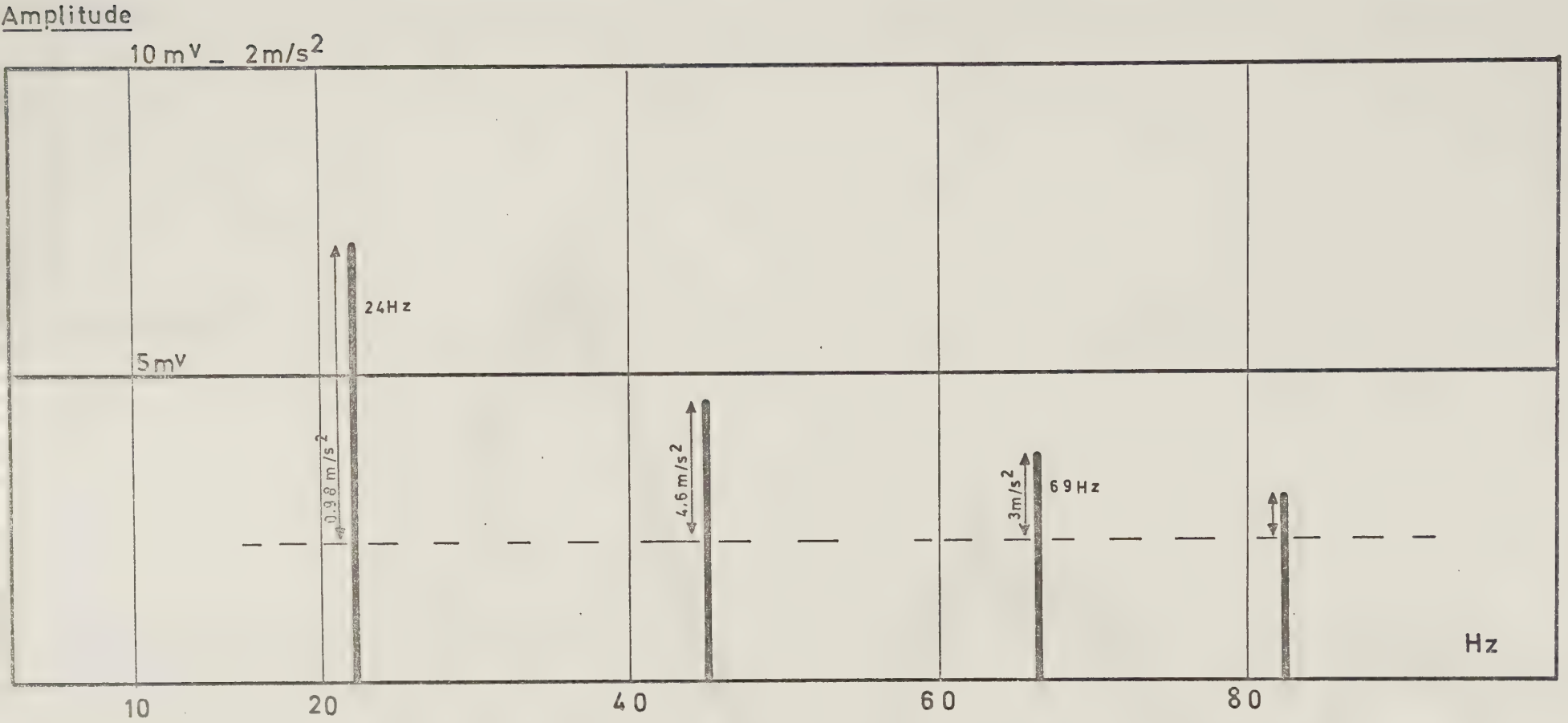

Plaque évidée.
53 t/mn.
Outil : D.
Accélération
(2m s²)
1m/s²
1|0
2|0
4|0
6|0
8|0
Hz
Analyse spectrale de l'exitation

Figure 32b

Plaque évidée

53 t/mn Outil : D



Spectre de raies de l'excitation d'un tricone.

Figure 32c.

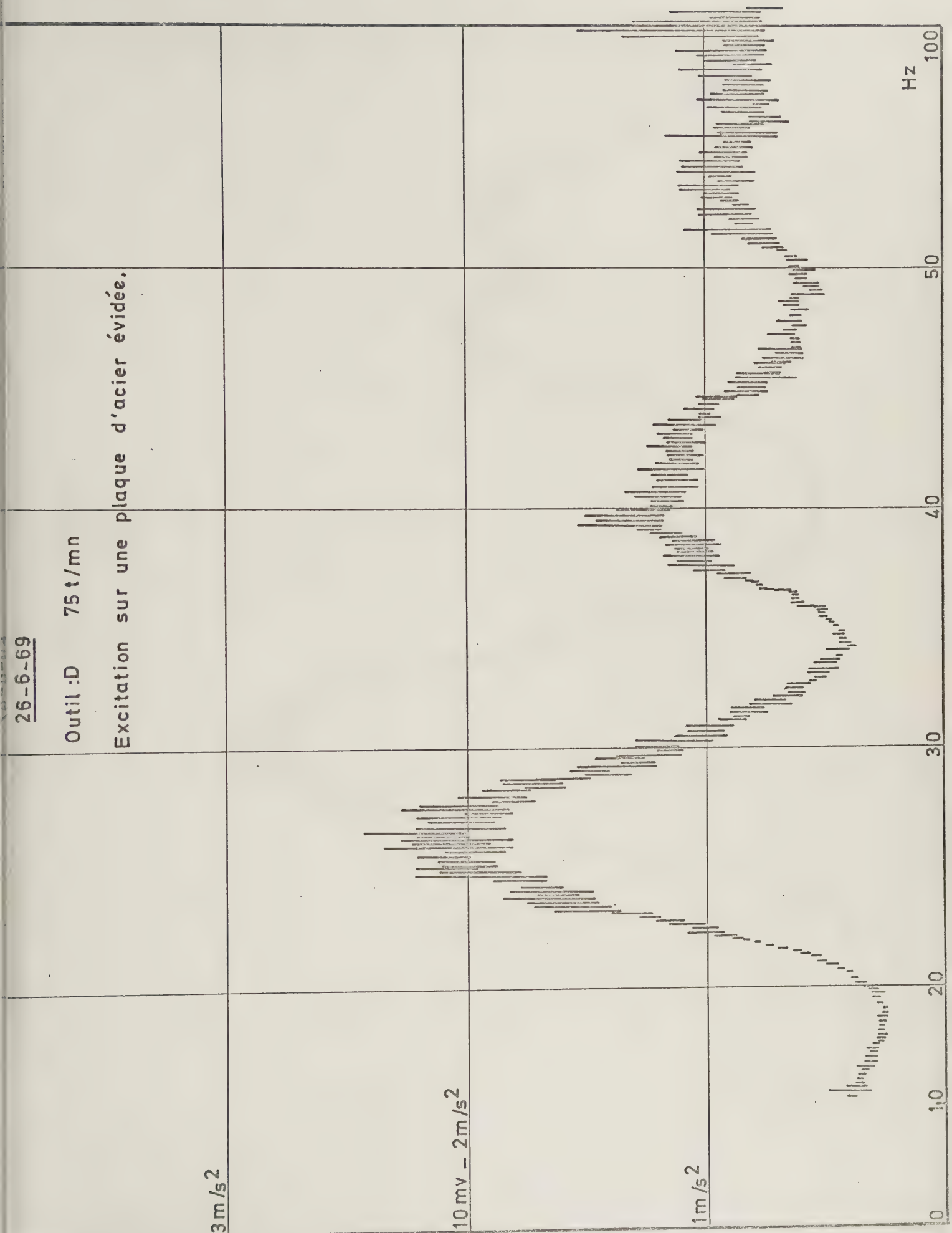
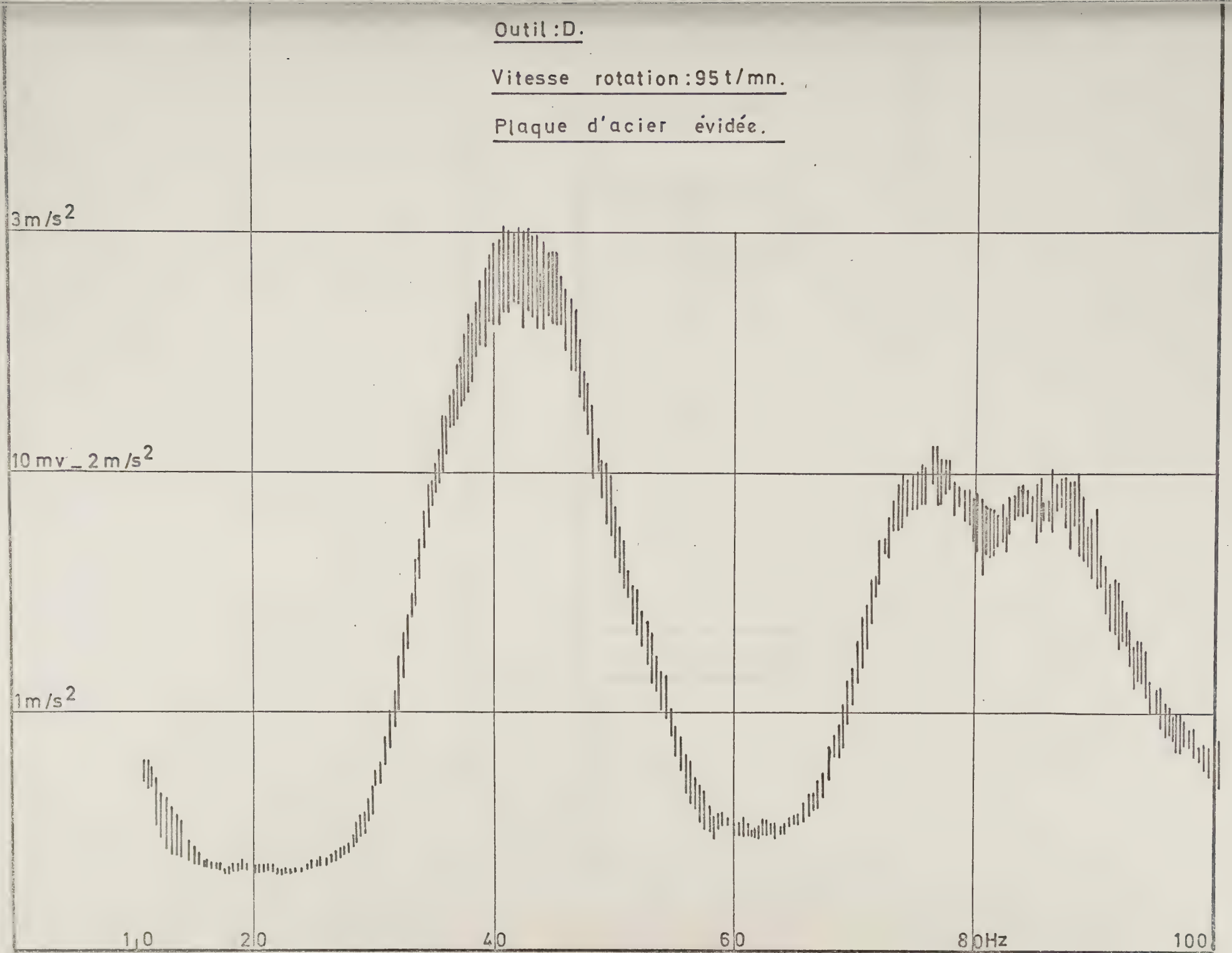

26-6-69
Outil :D 75 t/mn
Excitation sur une plaque d'acier évidée.
3 m/s2
10 mv – 2 m/s2
1 m/s2
0
10
20
30
40
50
Hz
100

Figure 32d.


Outil : D.
Vitesse rotation : 95 t/mn.
Plaque d'acier évidée.
3 m/s²
10 mv _ 2 m/s²
1 m/s²
10
20
40
60
80 Hz
100

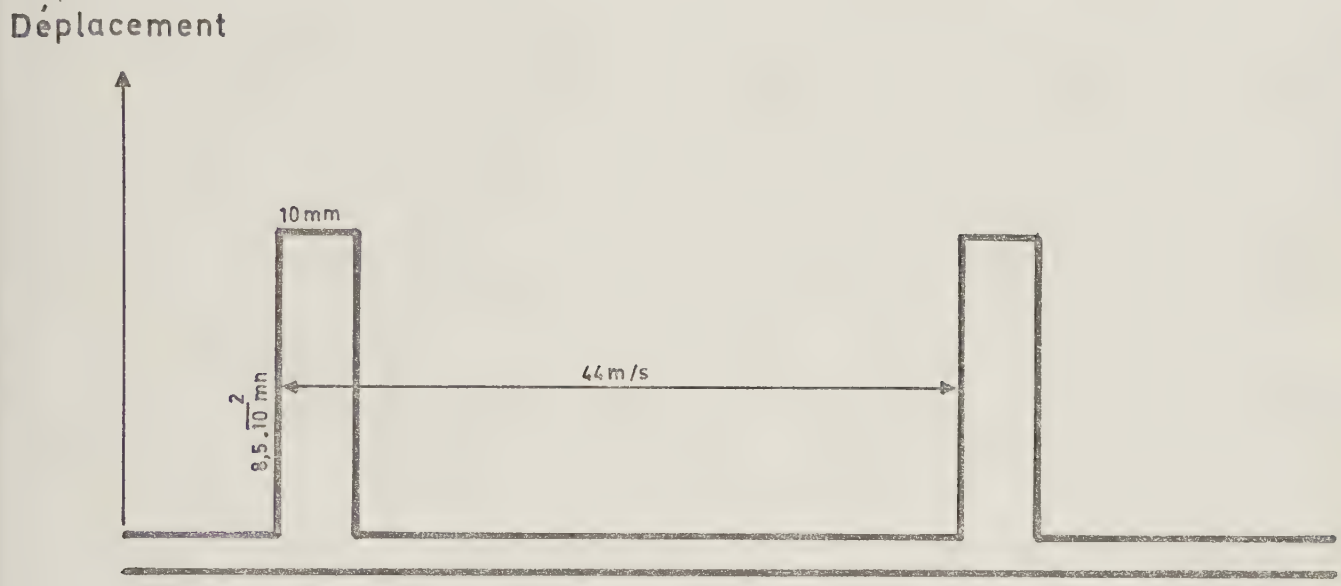


Fig.32f : Excitation théorique en temps d'un outil 4" 1/4 tournant à 53 t/mn

Pour les autres vitesses de rotation, nous nous intéresserons seulement à l'amplitude du fondamental.

Les résultats sont rassemblés sur le tableau suivant :

Vitesse de Rotation	Fréquence du Fondamental	Amplitude accélération : γ m/s^2	Amplitude déplacement $2\varepsilon h\omega$: $\frac{\gamma}{\omega^2}$ en m	Amplitude (vitesse)
53 t/mn	24 Hz (soit 27 N) $w_2 = 151$ $w^2 = 2{,}3.10^4$	1,4 m/s^2	$4{,}3.10^{-5}$ m	0,46 x 10^{-2} m/s
72 t/mn	32 Hz (soit 27 N) $w_2 = 202$ $w^2 = 4.10^4$	2 m/s	4.10^{-5} m	$0{,}510^{-2}$ m/s
95 t/mn	42 Hz (soit 27 N) $w_2 = 264$ $w^2 = 6{,}9.10^4$	2,5 m/s^2	$3{,}6.10^{-5}$ m	$0{,}47.10^{-2}$
155 t/mn	70 Hz (soit 27 N) $w_2 = 4{,}4.10^2$ $w^2 = 19{,}3.10^4$	7,6 m/s^2	$3{,}9.10^{-5}$ m	$0{,}85.10^{-2}$ m/s
205 t/mn	90 Hz (soit $w_2 = 565$ $w^2 = 32.10^4$	12,5 m/s^2	$3{,}9.10^{-5}$ m	

Pour des vitesses supérieures à 53 t/mn il n'est plus possible de calculer la largeur des impulsions. Notre analyse spectrale est trop limitée du côté des hautes fréquences.

De toute façon, on constate qu'à 72 t/mn déjà mais surtout à 95 t/mn, le spectre est moins pur (quoique parfaitement répétitif), deux fréquences apparaissent au 1è harmonique.
Les résultats du tableau ci-dessus sont portés Fig. 34. (Amplitude des accélérations en fonction de la vitesse de rotation).

REMARQUES ET CONCLUSION :

L'analyse de l'excitation d'un tricône tournant sur une plaque évidée montre qu'il est légitime d'admettre que les dents de la couronne extérieure se comportent effectivement comme un générateur de déplacement. (Dans le cas de l'outil do = 4.10^{-5} m pour le 20 N).

Autrement dit, l'accélération d'excitation du 20 N croît comme w^2 soit comme le carré de la vitesse de rotation du tricône. Ce résultat est obtenu avec une précision qui nous semble bonne. (Voir les résultats portés fig. 34).

Il est par contre plus délicat de reconstituer l'excitation dans le domaine des temps à partir de nos enregistrements trop limités vers les hautes fréquences.

Par ailleurs, il est certain que l'image des impulsions rectangulaires se répétant à fréquence fixe est trop simpliste.
Cependant, en conservant cette image, nous avons vu que le fondamental du spectre d'une telle impulsion a pour amplitude : $2 \varepsilon h \mathcal{J}$.

En raisonnant sur les déplacements nous avons vu que $\varepsilon h \mathcal{J}$ est assez constant quelle que soit la vitesse de rotation, (voisin de 4.10^{-5} m). Donc le produit εh décroît comme $\frac{1}{\mathcal{J}}$. Géométriquement, on peut admettre que h est constant pour un tricône donné, donc la largeur de l'impulsion varie comme $\frac{1}{\mathcal{J}}$. Intuitivement, cela signifie simplement que plus un tricône tourne vite, moins longue est la durée du contact de chaque dent avec le front de taille.

./...

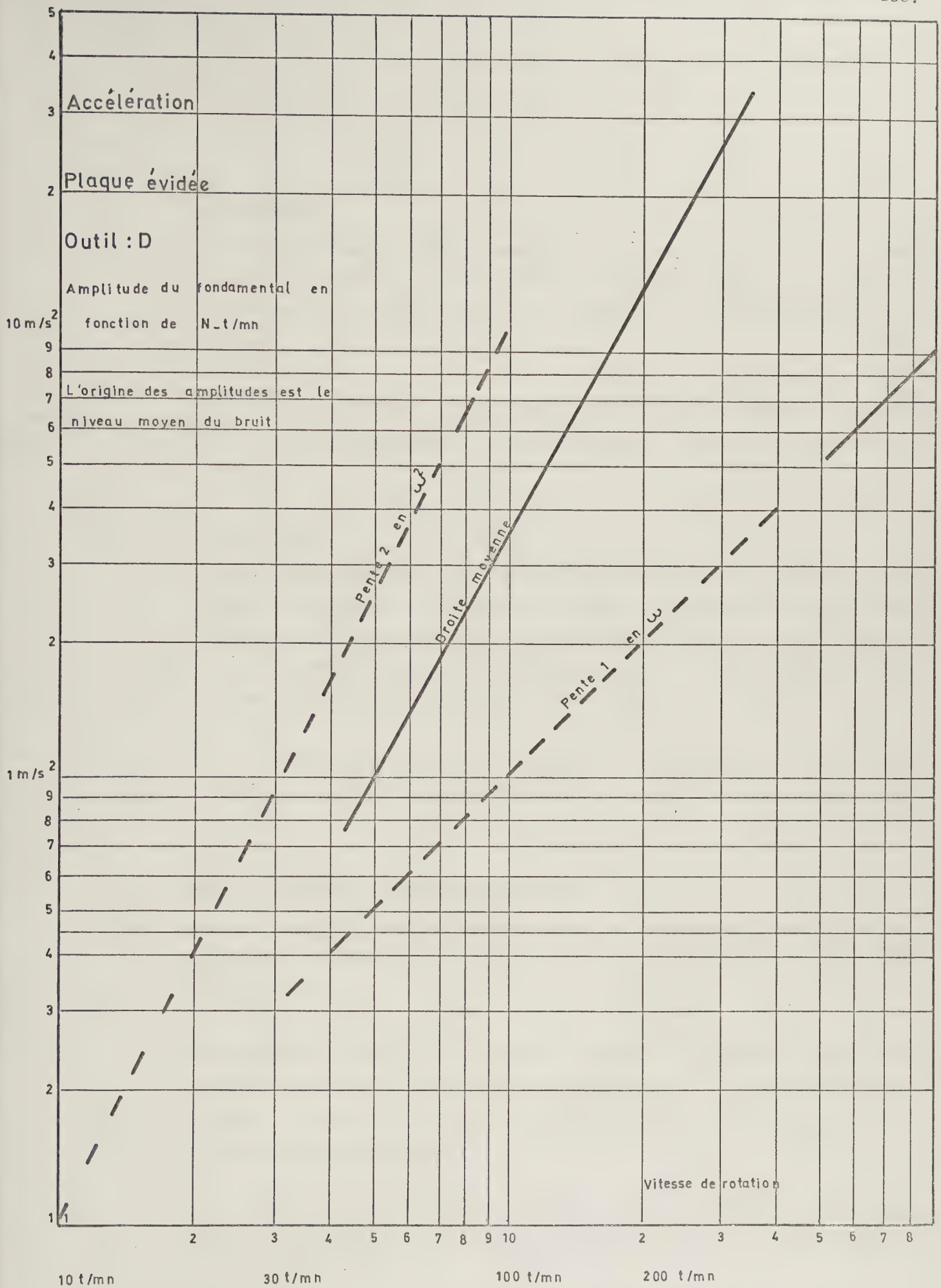

Accélération
Plaque évidée
Outil : D
Amplitude du fondamental en fonction de N_t/mn
L'origine des amplitudes est le niveau moyen du bruit
10 m/s²
1 m/s²
Pente 2 en ω²
Droite moyenne
Pente 1 en ω
Vitesse de rotation
10 t/mn
30 t/mn
100 t/mn
200 t/mn

Figure 34

- Remarque 1 :

On constate que le déplacement obtenu est très faible et bien inférieur au saut entre dent que l'on peut calculer (ou mesurer directement) en idéalisant le fonctionnement de l'outil en un saut d'une dent à une autre.

En fait, il faudrait aussi tenir compte des trois molettes, du nombre de dents non indentique sur chaque molette, des dents intérieures, etc ...

- Remarque 2 :

Nous avons déjà écrit que la fonction d'excitation en temps était sans doute éloignée de l'impulsion théorique. On peut se faire une idée plus précise de l'excitation sur la figure 35 où nous avons indiqué les formes de courbes obtenues lorsqu'on tronque les hautes fréquences (passage dans un filtre passe bas), d'une impulsion rectangulaire.

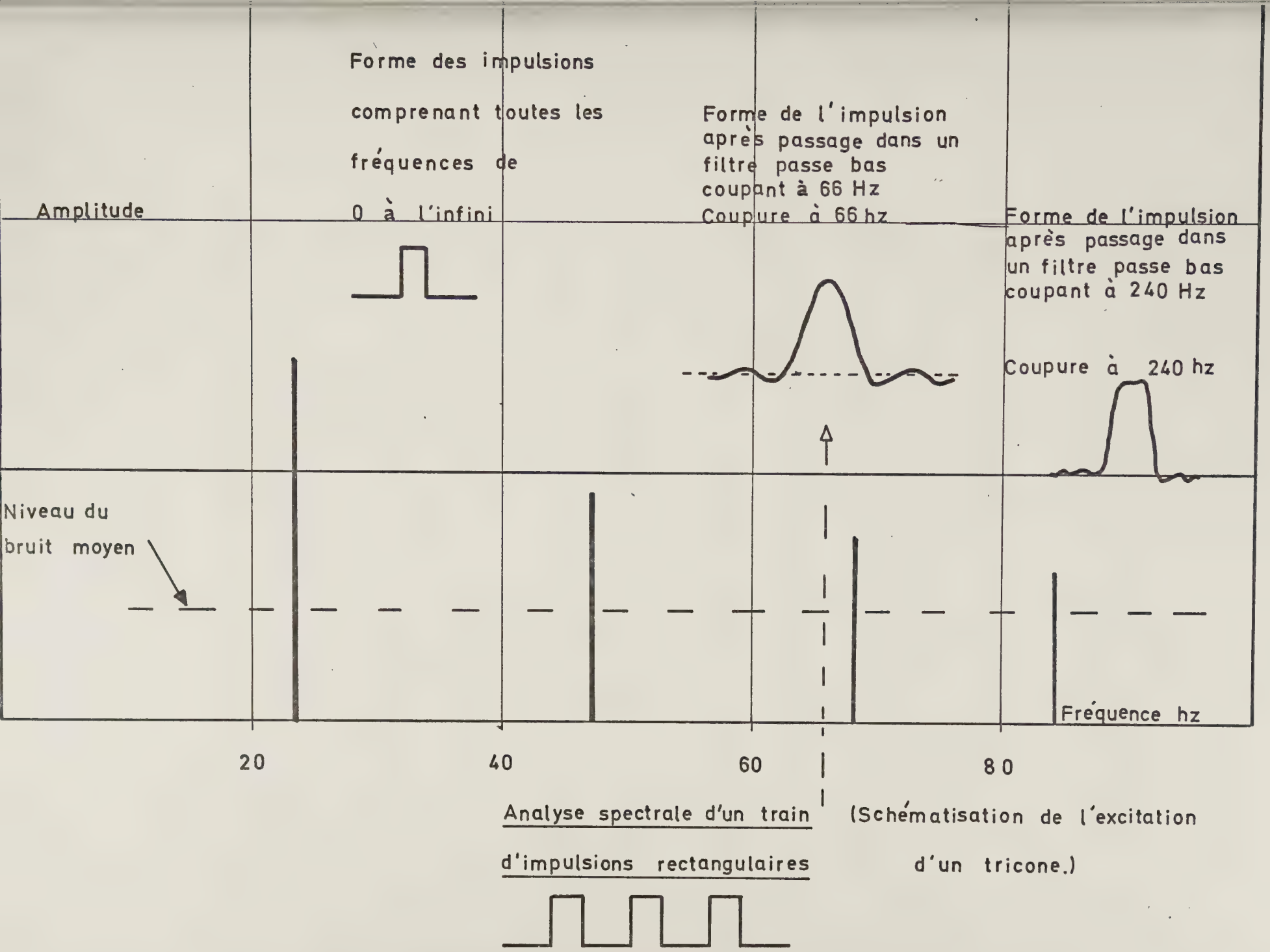
Sur la même figure nous avons reporté le spectre de raies du tricône tournant sur la plaque évidée à 53 t/nm.

B - Essai sur une plaque métallique pleine

Dans cet essai on remarque immédiatement qu'au cours du temps, c'est-à-dire au fur et à mesure que l'outil fait son empreinte, l'amplitude des spectres varie.

A la limite, si nous avions poursuivi l'essai, la plaque engrenait dans les dents du tricône et l'excitation devenait nulle. A la différence de la roche, le métal n'écaille pas, l'outil marque son empreinte au cours du forage, mais ne fore pas.

Dans l'excitation vibratoire de l'outil, l'empreinte faite joue un rôle très important. Nous ne tirerons donc pas de conclusion de ces essais.



Analyse spectrale d'un train d'impulsions rectangulaires

(Schématisation de l'excitation d'un tricone.)

On remarquera également que l'allure générale du spectre se modifie au cours du temps, tant en fréquence qu'en amplitude. Au cours de la formation de l'empreinte, les rangées de dents successives rentrent en contact avec la plaque d'acier, d'où des variations du spectre en fréquence (la surface de contact entre l'outil et le front de taille n'est pas un plan).

C - Essai sur une plaque de gris St Anne (G.S.A) - Outil D

La nécessité de faire tourner l'outil "dans son empreinte" nous a amené à fixer sur la table suspendue aux quatre ressorts, une plaque de GSA. Nous admettrons que la suspension est suffisamment souple pour que le déplacement imposé par le tricône soit entièrement communiqué à la table.

Un seul exemple des spectres obtenus est donné en annexe. On remarque : (Fig. 38a, 38b).

a) - Un niveau moyen du bruit plus élevé que dans le cas de la plaque métallique.

b) - Un deuxième harmonique très peu marqué surtout aux basses vitesses.

Les amplitudes du 20 N sont rassemblées dans le tableau suivant et sur la figure 6.

Vitesse de rotation	$\gamma m/s^2 W$	
53 t/mn	0,6 m/s^2	0,27 m/s^2
95 t/mn	1,6 m/s^2	
116 t/mn	2,6 m/s^2	

La figure 39 montre la croissance du 20 N avec la vitesse de rotation.

./...

On retrouve ici une excitation du type générateur de déplacement (pente 2, croissance en ω^2).

Dans nos conditions d'essais, l'excitation de l'outil, dans la plage du 20 N, croît comme le carré de la vitesse de rotation.

D - Essais dans les mêmes conditions avec un outil à pastilles (A 8)

Pour mesurer l'influence du type de l'outil sur le spectre d'excitation, nous avons fait quelques mesures avec un outil à pastilles du type A 8. La figure 40a donne un exemple des spectres obtenus.

On remarque que l'outil à pastilles donne des spectres très différenciés et riches en harmoniques. D'après le raisonnement précédent, on peut en déduire que l'excitation de l'outil A 8 est assez proche de la percussion.

EMPREINTE D'UN OUTIL "TRICONE"

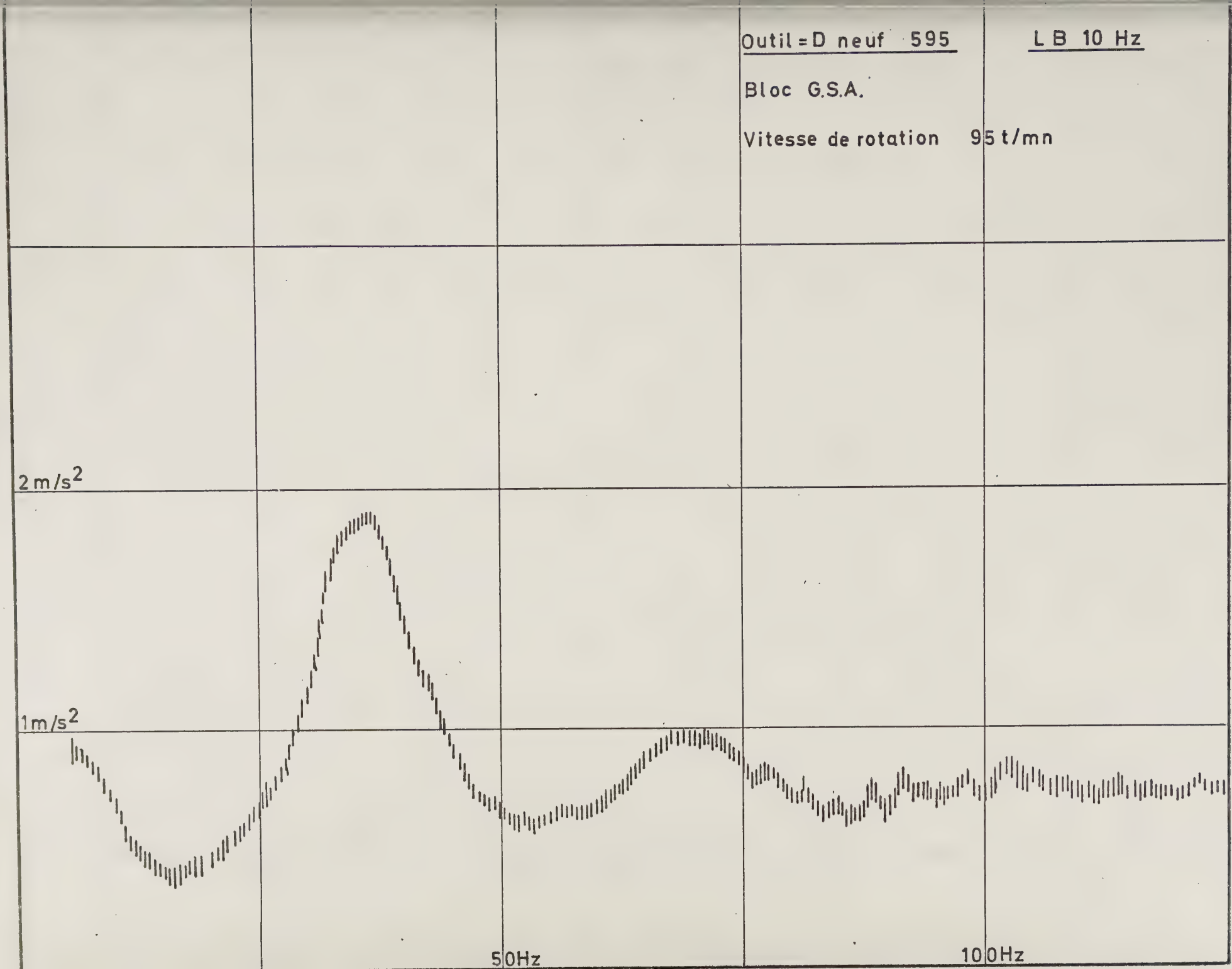

Outil = D neuf 595
L B 10 Hz
Bloc G.S.A.
Vitesse de rotation 95 t/mn
2 m/s2
1 m/s2
50 Hz
100 Hz

Figure 38a.

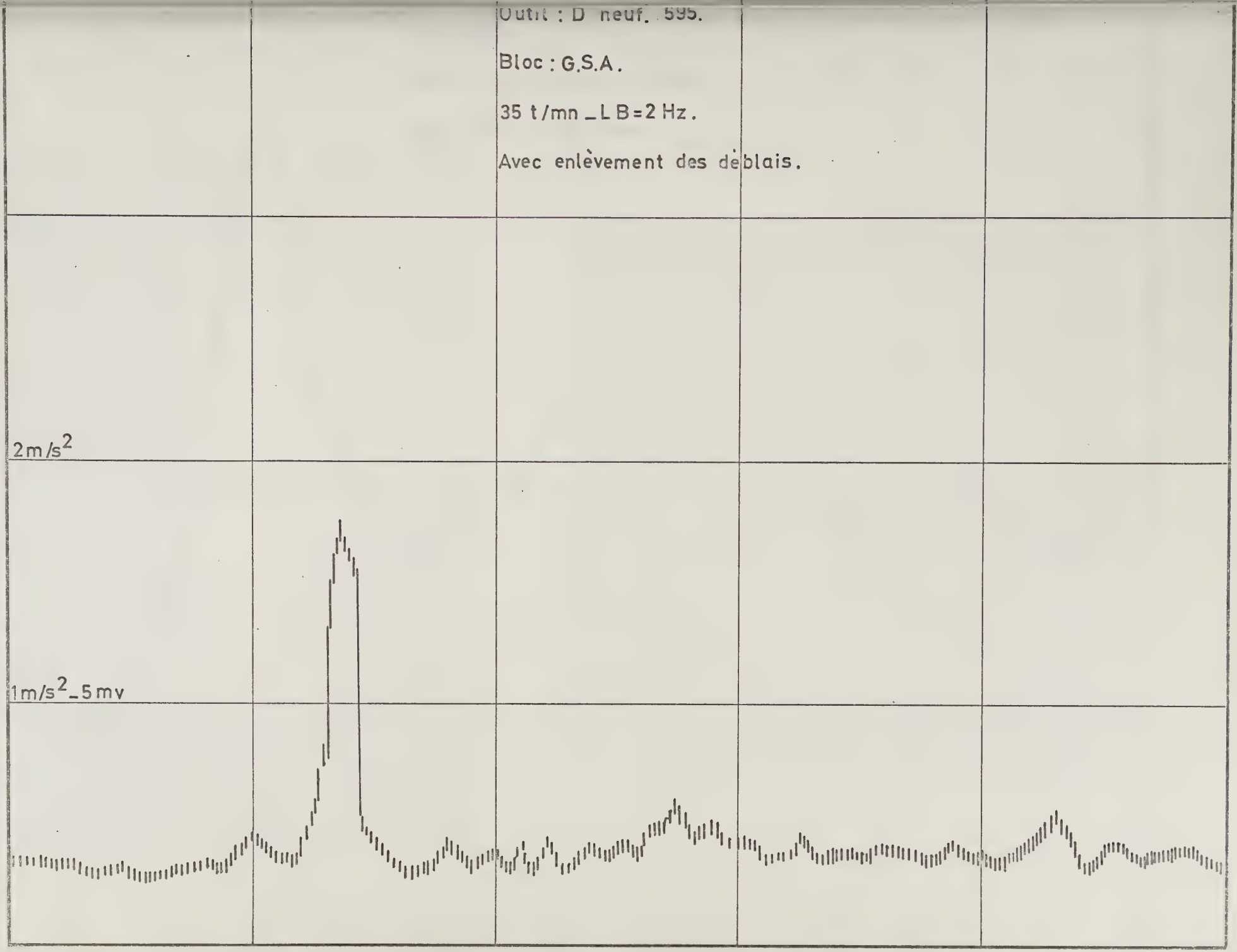

Outil : D neuf. 595.
Bloc : G.S.A.
35 t/mn _ L B = 2 Hz.
Avec enlèvement des déblais.
2m/s²
1m/s²_5mv

Figure 38b

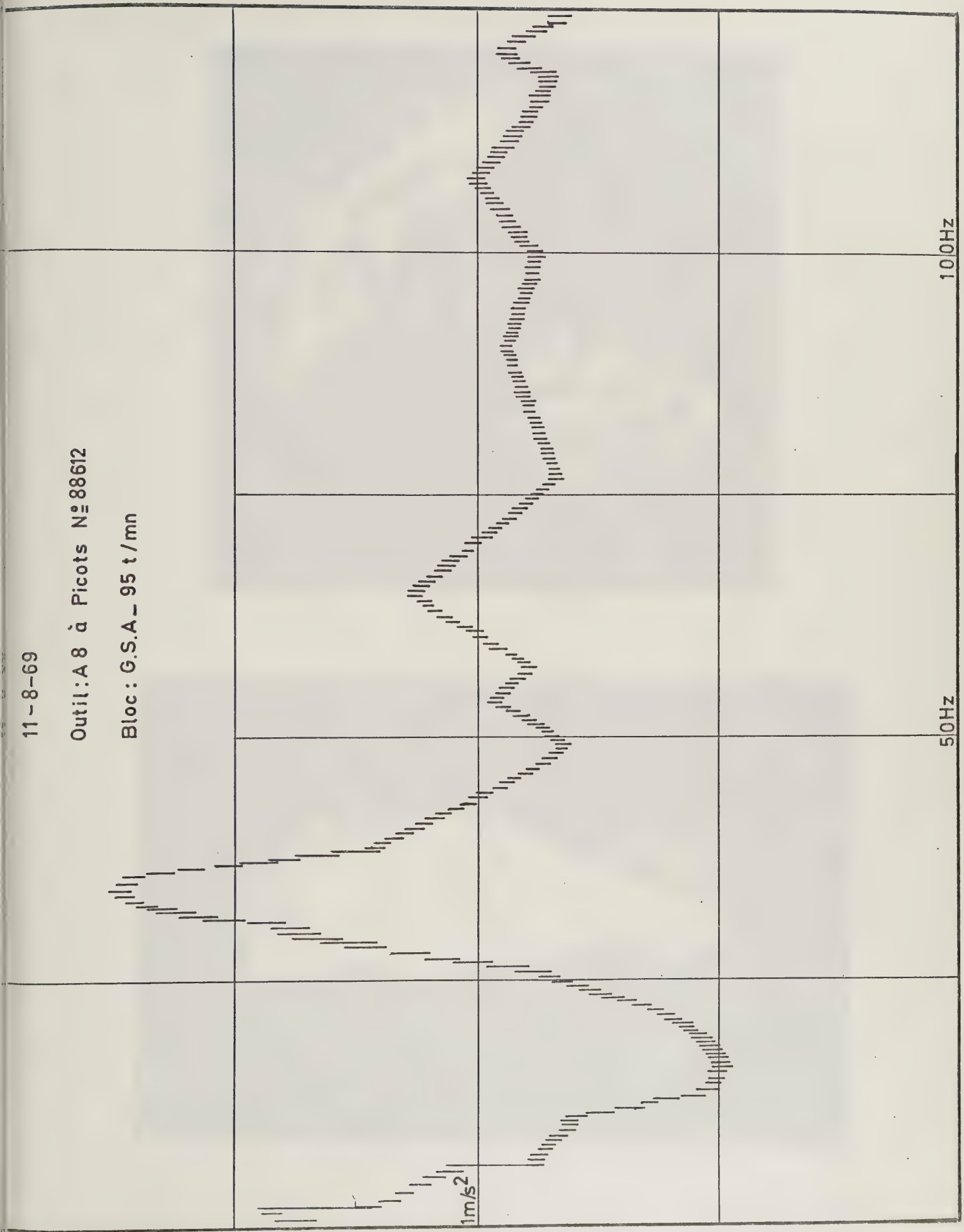
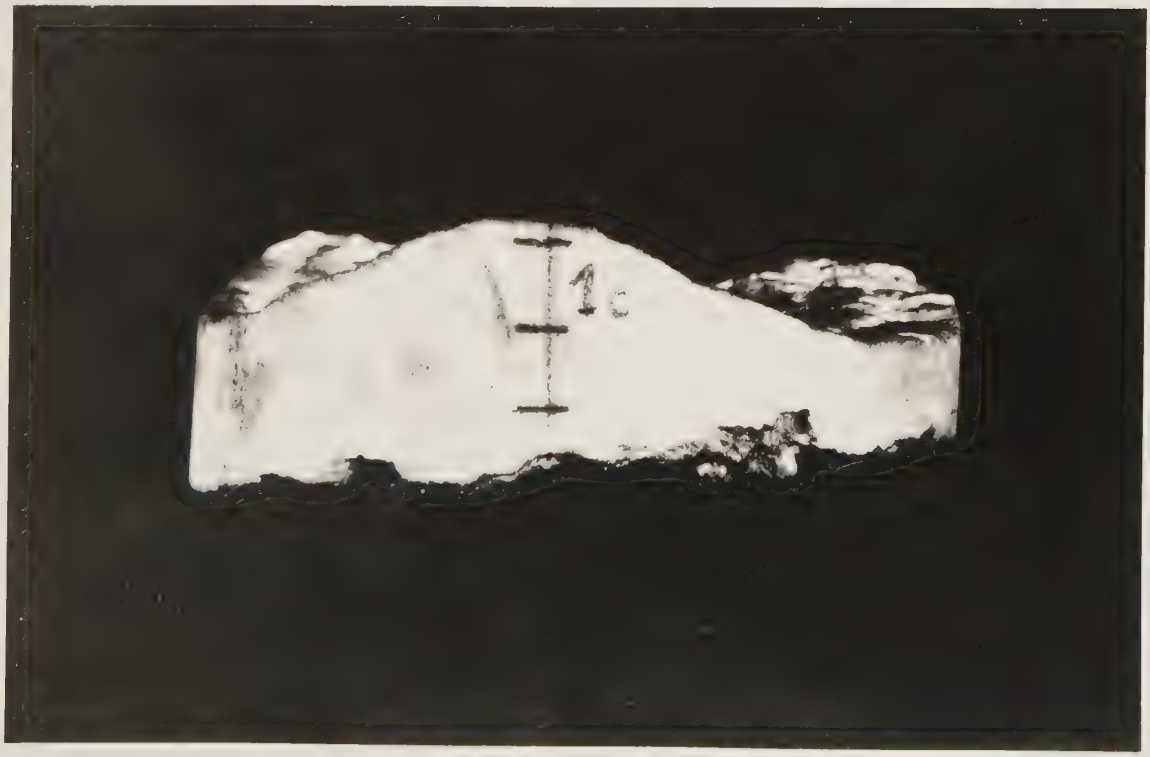

11-8-69
Outil: A 8 à Picots N° 88612
Bloc: G.S.A_ 95 t/mn
1m/s²
50Hz
100Hz

Figure 40


1c

EXCITATION DU TRICONE DUE A SA SYMETRIE TERNAIRE

FREQUENCE 3 N

Nous n'avons pû reconstituer en laboratoire, les conditions expérimentales propres à générer une fréquence 3 N. Cela provient, sans doute, de la grande rigidité longitudinale de notre montage mécanique (Banc de forage).

Sur le chantier, on peut penser que cette fréquence apparaît dans le cas de roche très hétérogène, de pendages importants, de conditions de forage difficiles.

Il est courant d'observer sur le chantier des têtes de carottes marquées suivant une symétrie ternaire (photo ci-jointe), et ceci dans des formations qui paraissent relativement homogènes.

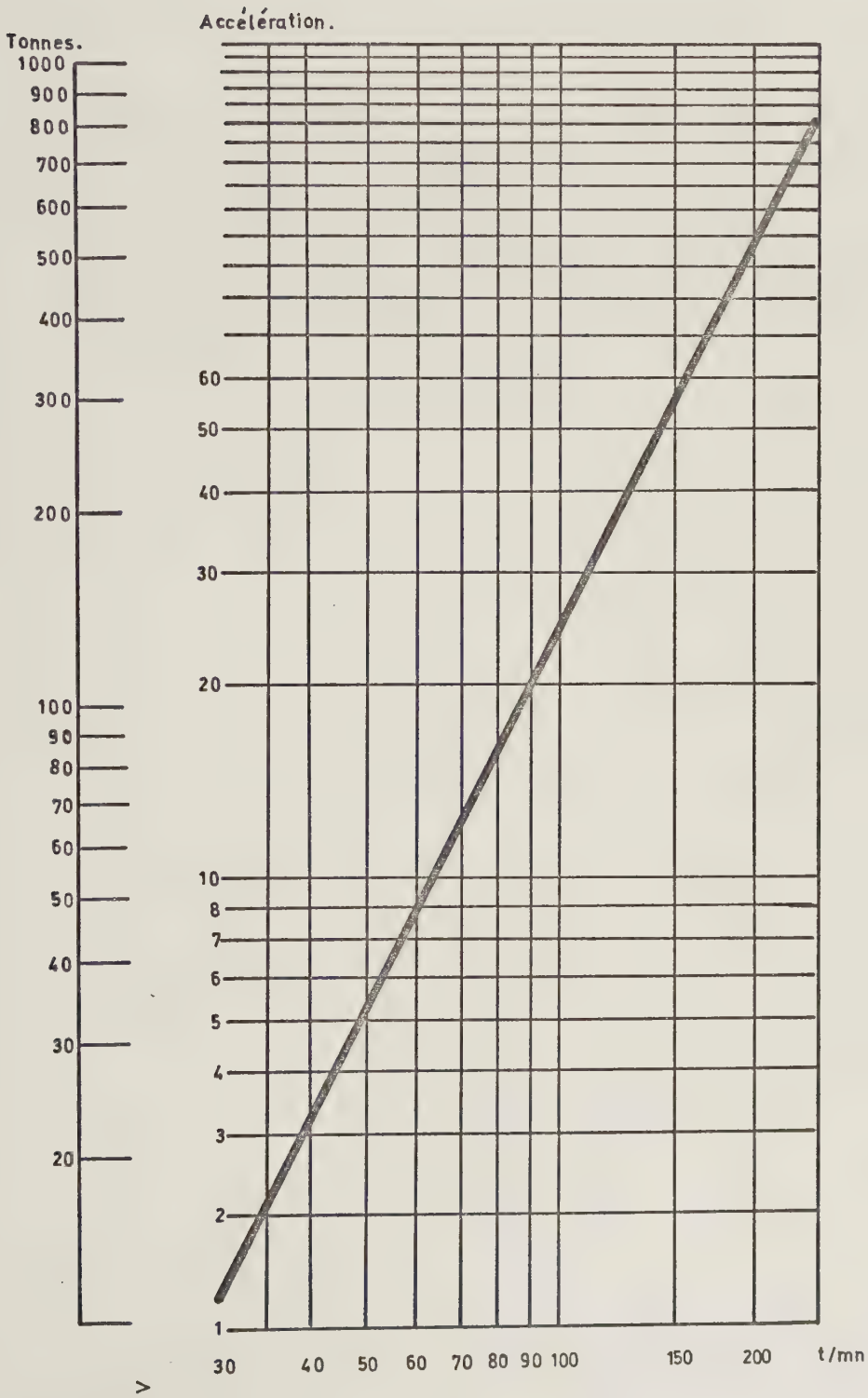
Dans cette hypothèse, il faut admettre qu'il existe une condition de résonance entre l'excitation de l'outil et la réponse des masse-tiges : la résonance des masse-tiges crée sur l'outil un régime de forces dynamiques de grande amplitude qui reste constamment en phase avec la position angulaire du tricône sur le front de taille.

Ces variations de force produisent un régime de vitesse d'avancement différent suivant le secteur de front de taille considéré.

Si les conditions de résonance sont maintenues, le phénomène va s'amplifiant, le tricône auto-entretien une surface de taille à symétrie ternaire.

L'abaque ci-dessous a été tracé à partir des relevés faits sur la tête de carotte donnée sur la photographie ci-jointe. L'abscisse est graduée en vitesse de rotation de la garniture, l'ordonnée, en accélération et force dynamique

générées par l'outil, à l'entrée des masse-tiges 7" 1/4 (forage 8") et provoquées par la géométrie du front de taille (fréquence 3 N).



Sur cet abaque, on lit par exemple qu'à 50 t/mn, les forces développées sont supérieures à 30 T et dépassent de très loin le poids statique appliqué. C'est certainement ce qui s'est passé réellement puisque les empreintes des pastilles sur la roche apparaissent bien dans les creux de l'empreinte, mais non sur les sommets.

C'est un exemple d'excitation 3N auto-entretenue.

La fréquence 3 N peut difficilement apporter une information lithologique sur la roche forée. Son existence et son amplitude paraissent trop influencées par les conditions du forage. Par contre, dans les conditions de forage difficiles, il est sans doute important d'éviter des conditions favorisant les phénomènes d'auto-entretien, ne serait-ce que pour limiter les surcharges sur l'outil.

IMPEDANCE MECANIQUE DE LA ROCHE

FOREE

IMPEDANCE MECANIQUE DE LA ROCHE FOREE

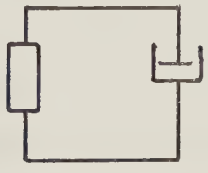
Au cours de la rotation du tricône sur le front de taille, la garniture repose (poids sur l'outil) sur quelques dents du tricône. L'impédance de la surface de contact outil roche constitue donc une condition à la limite pour la réponse vibratoire de la garniture. Toute variation de l'impédance de la roche entrainera corrélativement une modification de la réponse en fréquence du train de tige. La mesure, sur la tige carrée, de l'état vibratoire du train de tige fournit donc une estimation indirecte en forage de l'impédance de la roche forée.

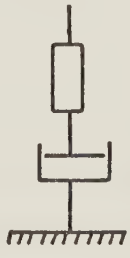
Ces vibrations, correctement traitées, permettent le tracé d'une diagraphie instantanée de l'impédance mécanique de la roche forée.

A notre connaissance, peu de laboratoires ont tenté de mesurer l'impédance de la roche sous l'excitation du tricône. La mesure directe présente des difficultés techniques considérables si on souhaite par exemple reproduire les conditions d'environnement du fond du puits (pression, température, poids sur l'outil).

Nous proposerons ici une estimation tirée à la fois de mesures de laboratoires, dans le cadre de la mécanique des roches, et de mesures de chantier.

Le modèle de l'impédance de la roche choisi, est à deux paramètres : ressort et amortisseur; donc deux grandeurs sont à définir : la raideur du ressort K, et la valeur du coefficient d'amortissement C ainsi que le type du modèle : parallèle ou série :





Les courbes de poinçonnage, faites en mécanique des roches montrent que la raideur moyenne sous le poinçon, d'un échantillon de gris Ste Anne (calcaire dur des Pyrénées) est de :

$$k = 1{,}04.10^{7} \text{ N/m par mm}^2 \text{ de section de poinçon.}$$

Les mesures ont été faites avec un poinçon de 10 mm^2 de section.

Pour estimer directement la valeur de l'amortissement, on peut penser que, vu de la garniture, l'amortissement est l'énergie dissipée dans le massif rocheux. Autrement dit, c'est l'énergie consommée par l'impédance caractéristique du contact outil roche (côté roche). Soit :

$$C = \rho a\ S, \text{ et dans le cas du gris Ste Anne}$$

$$C = 1{,}7.10^{7} \times S,\ S \text{ surface de contact outil-roche.}$$

Pour lever l'ambiguité de la surface du contact outil-roche, nous utiliserons les résultats d'une mesure directe de la raideur du contact outil roche avec des outils 4" 1/4 et 8" 1/2 sur du gris Ste Anne. Les résultats sont portés sur la figure ci-jointe. (Fig. 45).

On relève que pour le Gris Ste Anne, la raideur du contact est voisine de $3{,}5.10^8$ N/m avec un outil 4" 1/4. Ainsi pour ce type d'outil, la surface de contact est voisine de 34 mm^2. En extrapolant aux outils de diamètre supérieur, on peut calculer une surface de contact, pour un outil de nuance moyenne en diamètre 12" 1/4, voisine de 1 cm^2.

Pour fixer les idées, nous avons représenté schématiquement sur la figure les impédances situées de part et d'autre de l'outil.

Remarque

On observe au banc de forage que l'outil tourne dans son empreinte. Les dents ne rencontrent pas une roche vierge, mais une roche déjà fragilisée par les percussions précédentes.

Des mesures de mécanique des roches montrent qu'au fond des empreintes, la raideur est plus faible et voisine, toujours dans le cas du Gris Ste Anne, de $k = 4.10^6$ N/m/mm^2.

EXPLOITATION DES RESULTATS DE CHANTIER

Nous rappellerons que l'outil, chargé sur une impédance de roche élevée est équivalent à un générateur de vitesse, donc, aux variations d'impédances de la roche près, la réponse de la garniture en surface doit être identique à l'excitation de l'outil modulée par le transfert en vitesse des masse-tiges.

Par contre, si l'impédance de la roche est très faible, la réponse en surface est le transfert en force de la garniture.

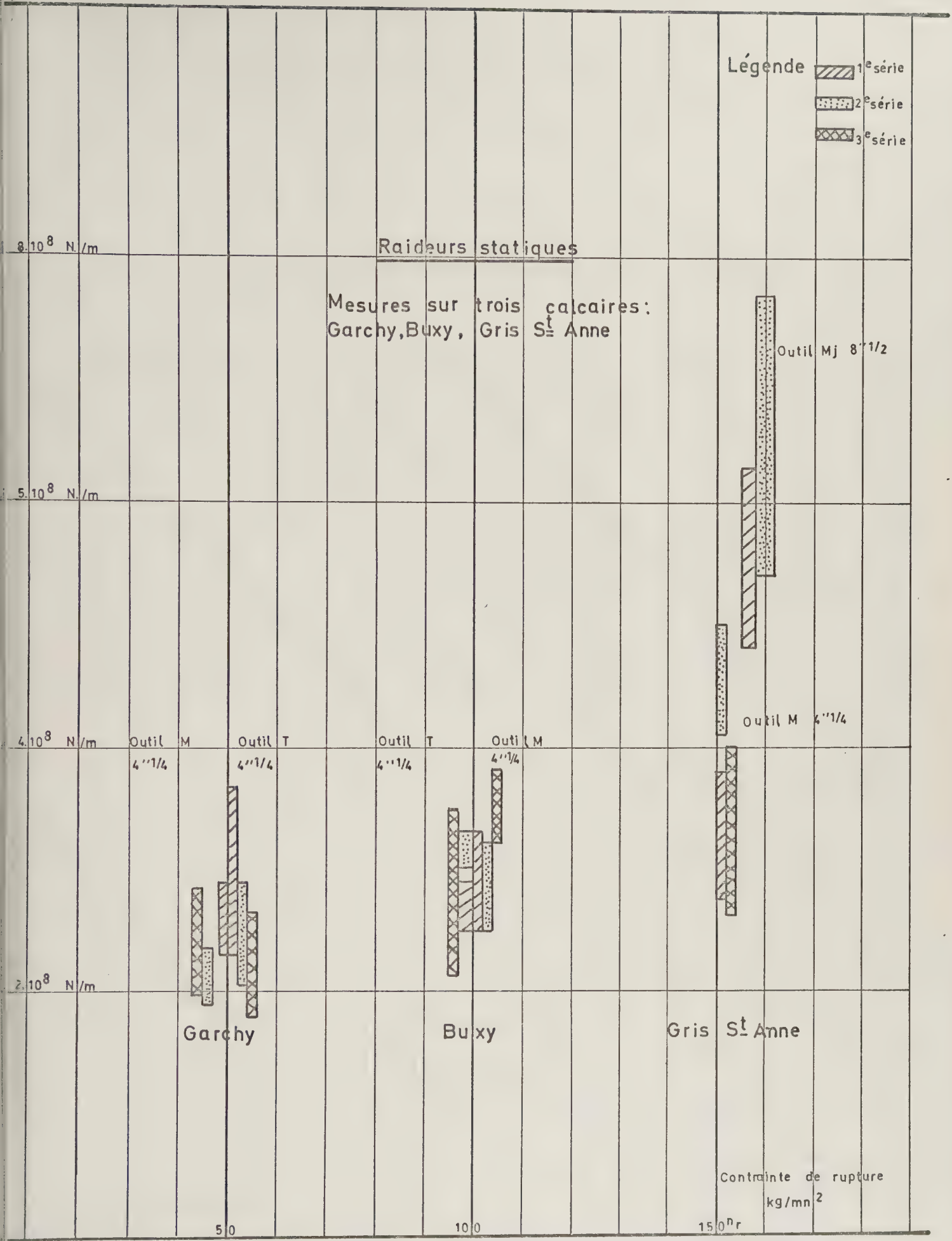
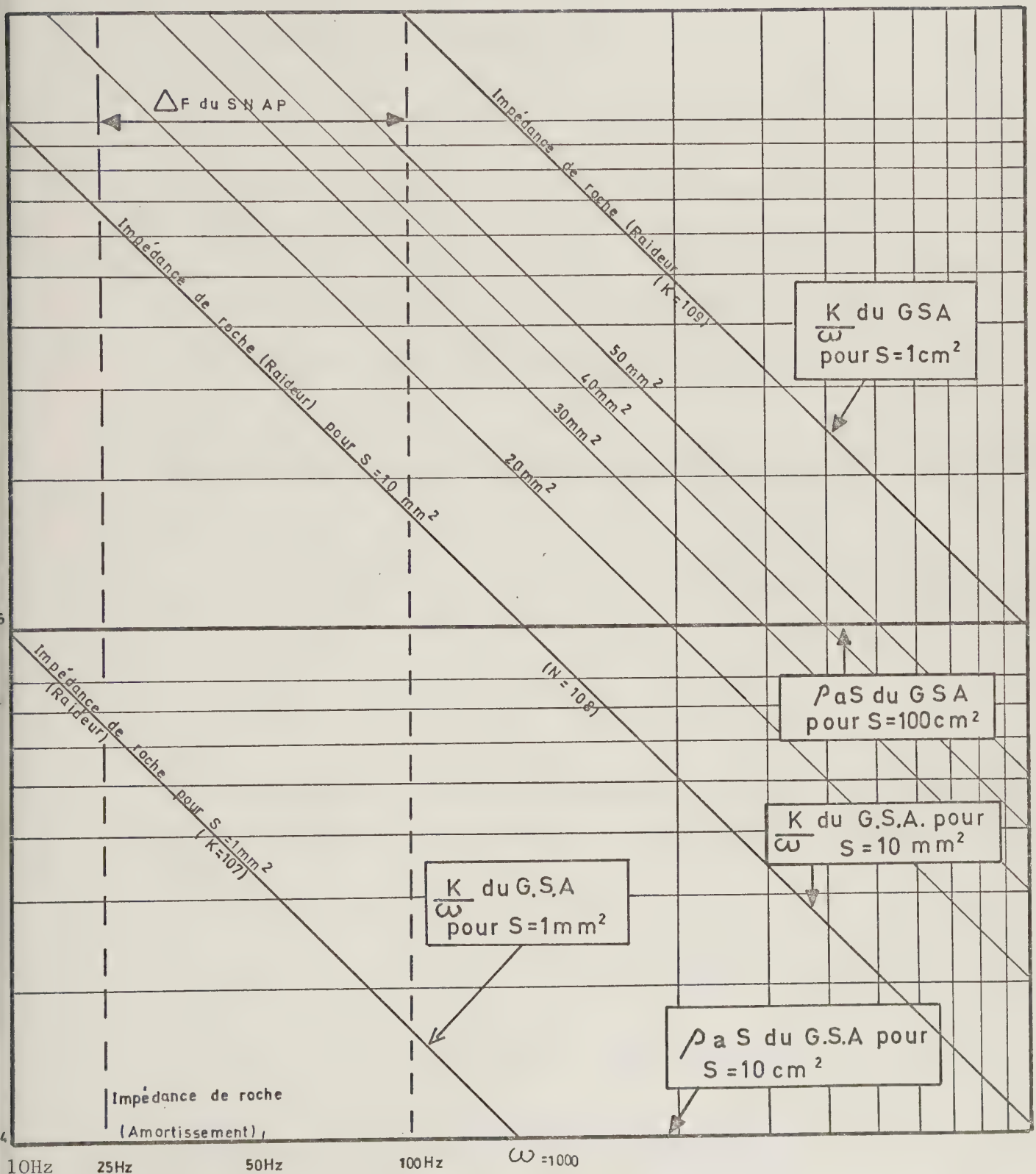

Légende
1e série
2e série
3e série
Raideurs statiques
Mesures sur trois calcaires:
Garchy, Buxy, Gris St Anne
8.10^8 N/m
5.10^8 N/m
4.10^8 N/m
2.10^8 N/m
Outil Mj 8''1/2
Outil M 4''1/4
Outil M 4''1/4
Outil T 4''1/4
Outil T 4''1/4
Outil M 4''1/4
Garchy
Buxy
Gris St Anne
5 0
10 0
15 0 nr
Contrainte de rupture
kg/mn2

Fig. 45

Module des impédances situées de part et d'autre du tricone.



RAPPEL DES EQUATIONS

Soit Z_G l'impédance d'entrée de la garniture

Z_R l'impédance d'entrée de la roche

V_o l'amplitude d'excitation de l'outil à la fréquence

on a :

$$V_G = V_o \frac{Z_R}{Z_R + Z_G} \qquad \text{ou} \qquad V_G = V_o \frac{1}{1 + \frac{Z_G}{Z_R}}$$

Cette dernière formule montre que si $\frac{Z_G}{Z_R} > 1$, il vient : $V_G = \frac{Z_R}{Z_G} \times V_o$.

En considérant Z_R constant dans la plage de fréquence étudiée, on peut poser :

$Z_G \cdot V_G = F_G$ soit $F_G = V_o \cdot Z_R$ la force générée dans les masses types est constante, l'outil devient équivalent à un générateur de force; la vitesse à l'entrée s'écrit :

$$V_o = \frac{F_G}{Z_R}$$

Le signal obtenu en surface est déformé par la fonction de transfert de la garniture, on obtient donc au niveau de la tige carrée (à l'impédance du derrick près) :

$$F_D = V_o \times Z_R \times \frac{F_D}{F_G}$$

$$V_D = \frac{V_o \cdot Z_R}{Z_G} \quad \cdot \quad \frac{V_D}{V_G} = V_o \cdot Z_R \cdot \frac{1}{Z_t}$$

(Z_t, impédance de transfert de la garniture).

Remarquons que dans cette hypothèse, cette dernière formule montre que, à $\frac{1}{Z_t}$ près, les variations de la vitesse V_D au niveau du derrick, mesurent directement l'impédance de la roche Z_R.

Toutes les réponses de garniture que nous avons pû analyser sur le chantier correspondent à leur transfert en force, à partir de 30 Hz.

Nous présentons ici, deux spectres montrant la reproductibilité des réponses dans le temps (fig. 46) et deux figures où sont reportés les transferts en force théoriques pour les garnitures utilisées sur ces puits, superposés à la réponse mesurée.

Ces observations de chantier, vérifiées constamment sur d'autres puits montrent que l'impédance de la roche doit être considérée comme très faible vis à vis de l'impédance de la garniture. (Cette affirmation étant limitée à notre domaine de fréquence).

GRADUATION DES ACCELERATIONS DE SURFACE EN IMPEDANCE DE ROCHE

A partir des résultats de chantier, on peut admettre que dans notre domaine de fréquence (20 N) l'impédance de la roche reste faible par rapport à l'impédance d'entrée de la garniture. Dans ces conditions on peut écrire que la proportion d'accélération entrant dans la garniture est proportionnelle au rapport des impédances en présence. (formule page 148). On peut en déduire l'amplitude de l'impédance de la roche :

$$\gamma_G = \gamma_o \quad \frac{Z_R}{Z_G} \qquad \text{et}$$

$$\boxed{Z_R = Z_G \cdot \frac{\gamma_G}{\gamma_o}}$$

On retrouve sur cette formule l'importance de la mesure de γ_o, accélération intrinsèque générée par l'outil.

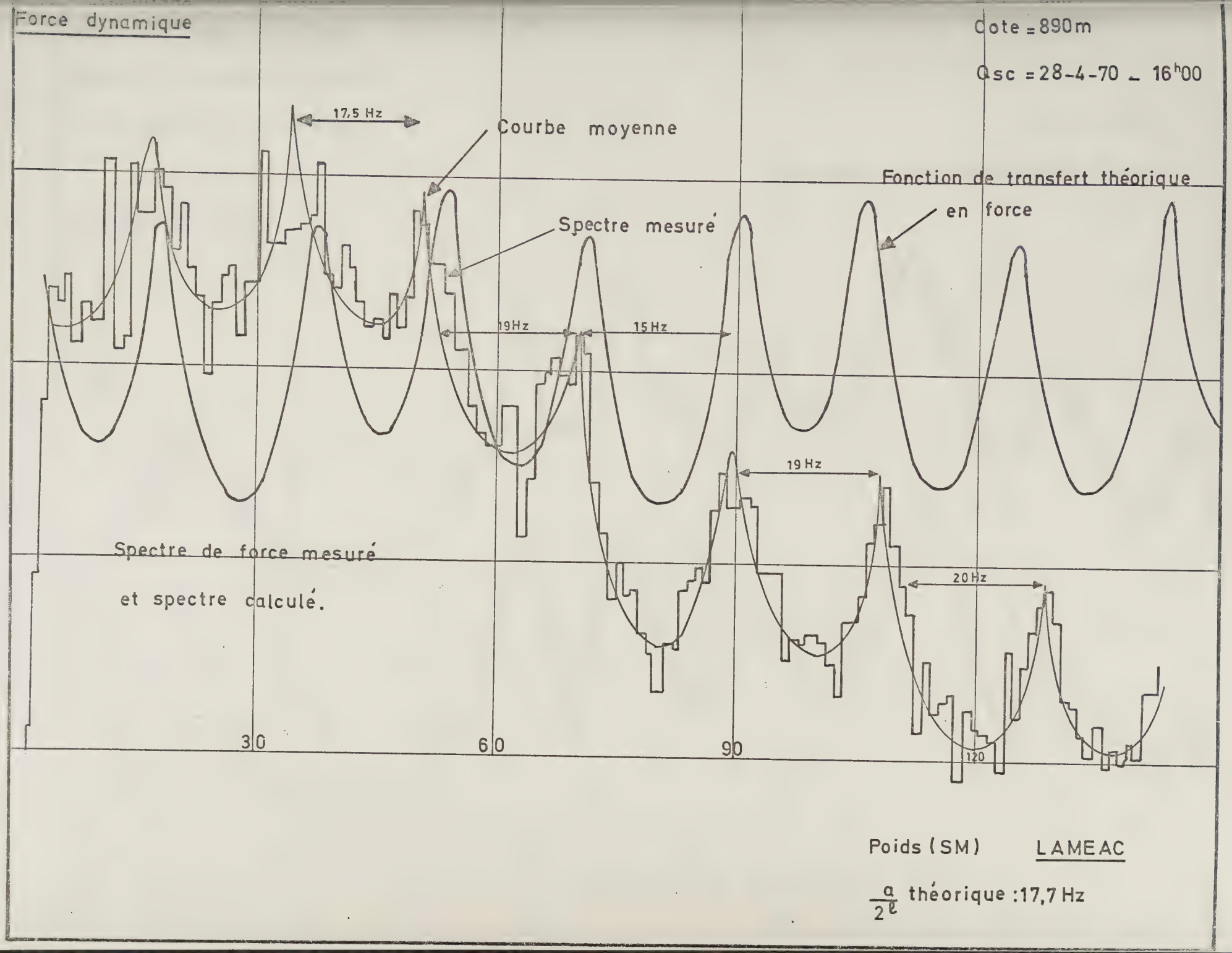

Force dynamique
Cote = 890m
Qsc = 28-4-70 _ 16h00
17,5 Hz
Courbe moyenne
Fonction de transfert théorique en force
Spectre mesuré
19Hz
15Hz
19 Hz
20Hz
Spectre de force mesuré et spectre calculé.
30
60
90
120
Poids (SM) LAMEAC
a/2ℓ théorique : 17,7 Hz

Figure 46.

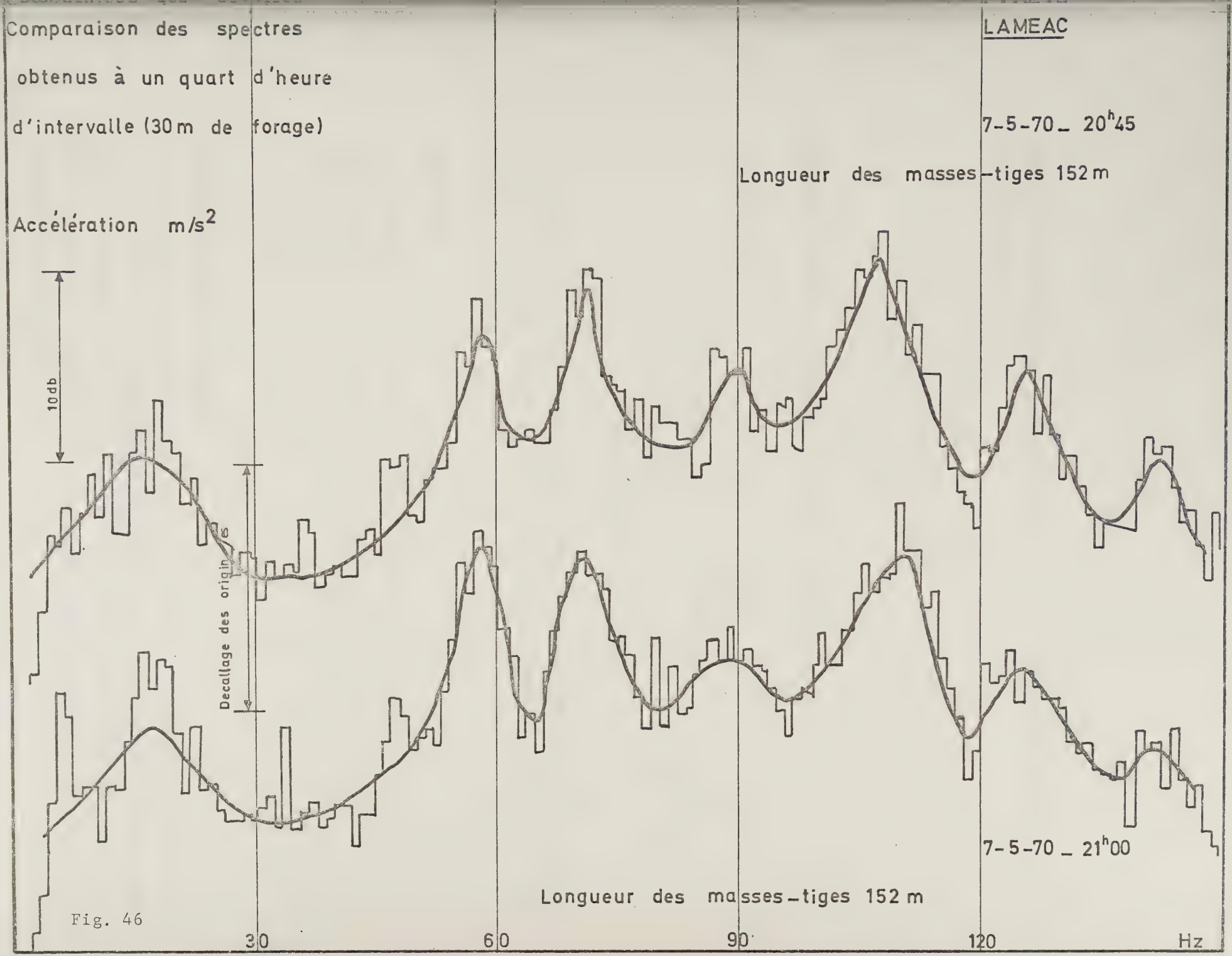


Figure 46a.

Fig. 46

Dans le cas où on mesure γ_G dans une bande de fréquence suffisamment large, on peut écrire :

$$Z_R \simeq Z_G^C \cdot \frac{\gamma_G}{\gamma_o}$$

Z_G^C est l'impédance d'entrée caractéristique de la garniture.

Rappelons que :

$$Z_C \text{ (tiges 5")} = 1{,}33.10^5$$
$$Z_C \text{ (masse-tiges 8")} = 1{,}11.10^6$$
$$Z_C \text{ (masse-tiges 10")} = 1{,}63.10^6$$

Pour obtenir une caractéristique de roche indépendante de la surface de contact, il suffit de diviser Z_R par S. On obtient l'impédance acoustique de la roche.

CONCLUSION

Les observations sur chantier, complétées par des mesures de laboratoire tendent à prouver que le modèle dynamique du contact outil roche serait de type série. Ainsi, le niveau d'accélération mesuré en surface dans la plage de fréquence du 20 N est directement proportionnel à l'impédance caractéristique du contact.

ETUDE AU MODELE ANALOGIQUE

Nous avons utilisé le modèle analogique pour étudier l'influence de l'impédance de la roche sur l'amplitude et la fréquence du fondamental de la garniture. Nous n'étudierons ici que le transfert en vitesse jusqu'à l'entrée des tiges 5", puisque (V_{D3}) transfert dans les tiges est indépendant de la garniture utilisée et de la roche forée. Soit :

$$\frac{V_3}{V_o} = \frac{Z_R}{Z_1 + Z_R} \times V_{31}$$

Aux fréquences de résonance, c'est-à-dire aux maximums de V_3, la présence d'une impédance de roche modifie :

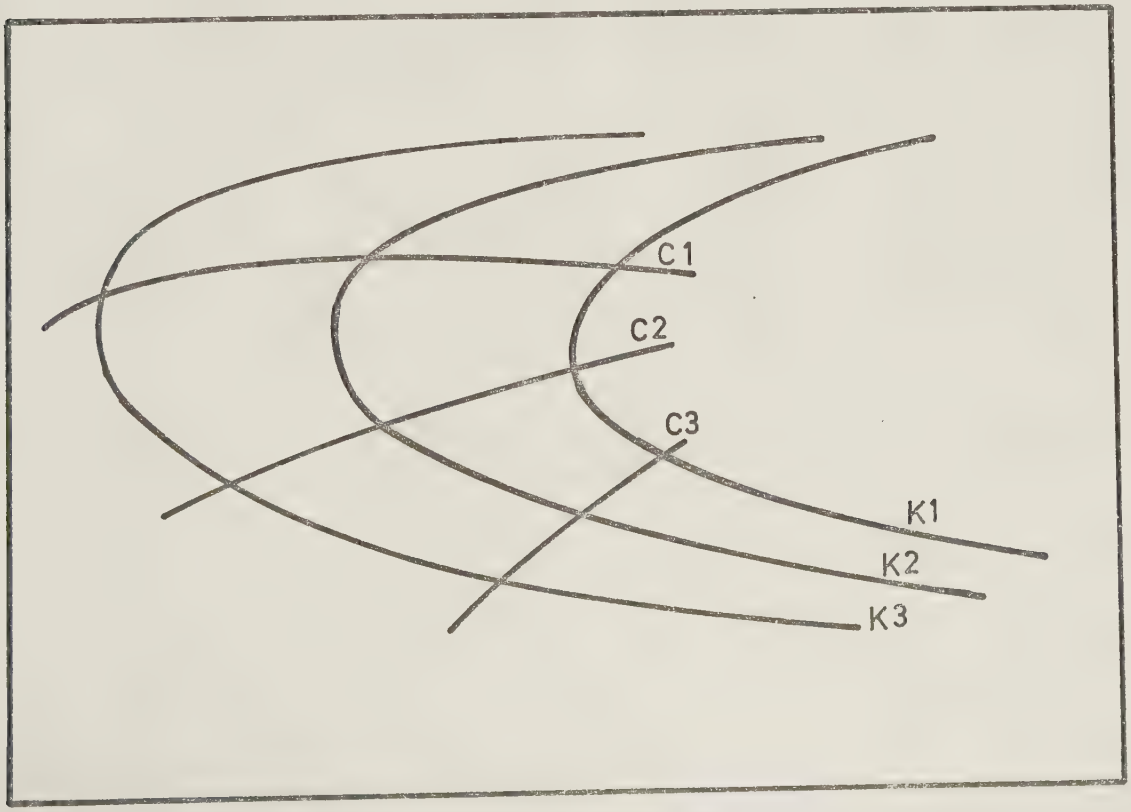
- la valeur de cette fréquence de résonance,
- l'amplitude de la vitesse à l'entrée des tiges 5" pour cette fréquence de résonance.

Nous définirons donc une <u>amplitude de résonance théorique</u> (V'_3) obtenue avec une impédance de roche infinie.

$$V'_3 = V_o \,./\, V_{31} \,/$$

La présence d'une impédance de roche modifie la fréquence de résonance et l'amplitude à cette résonance. Nous porterons sur un graphique <u>la nouvelle fréquence</u> de résonance f_1 en ordonnée, le rapport $\frac{V_3}{V'_3}$ en abscisse.

La variation des deux variables K et c (raideur et amortissement) définissant l'impédance de la roche $Z_R = \frac{K}{j\omega} + c$, donnera dans le plan fréquence - amplitude un réseau de courbes. Elles sont graduées à amortissement constant et à raideur constante. (Pour cette étude nous avons choisi le modèle parallèle).



./...

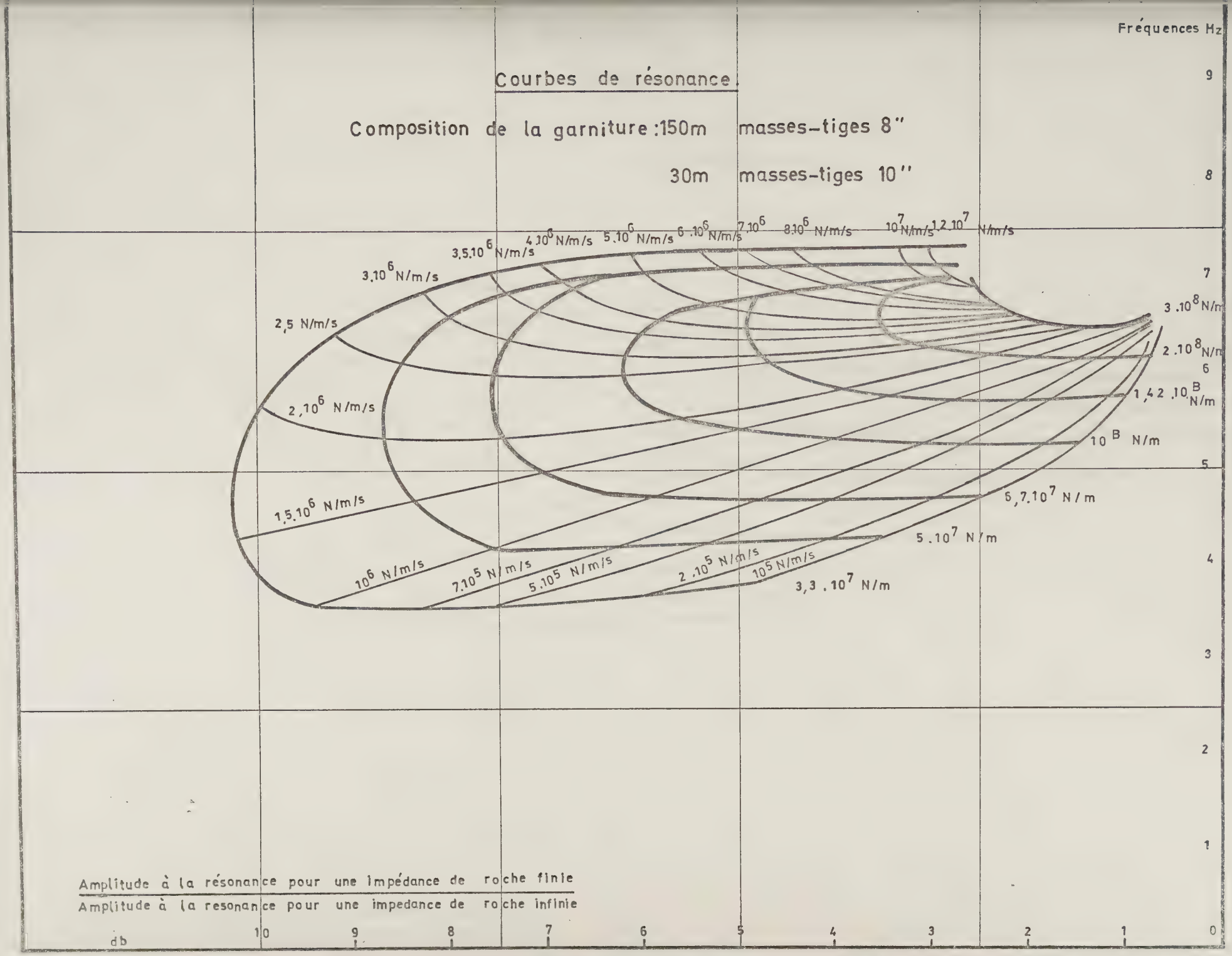
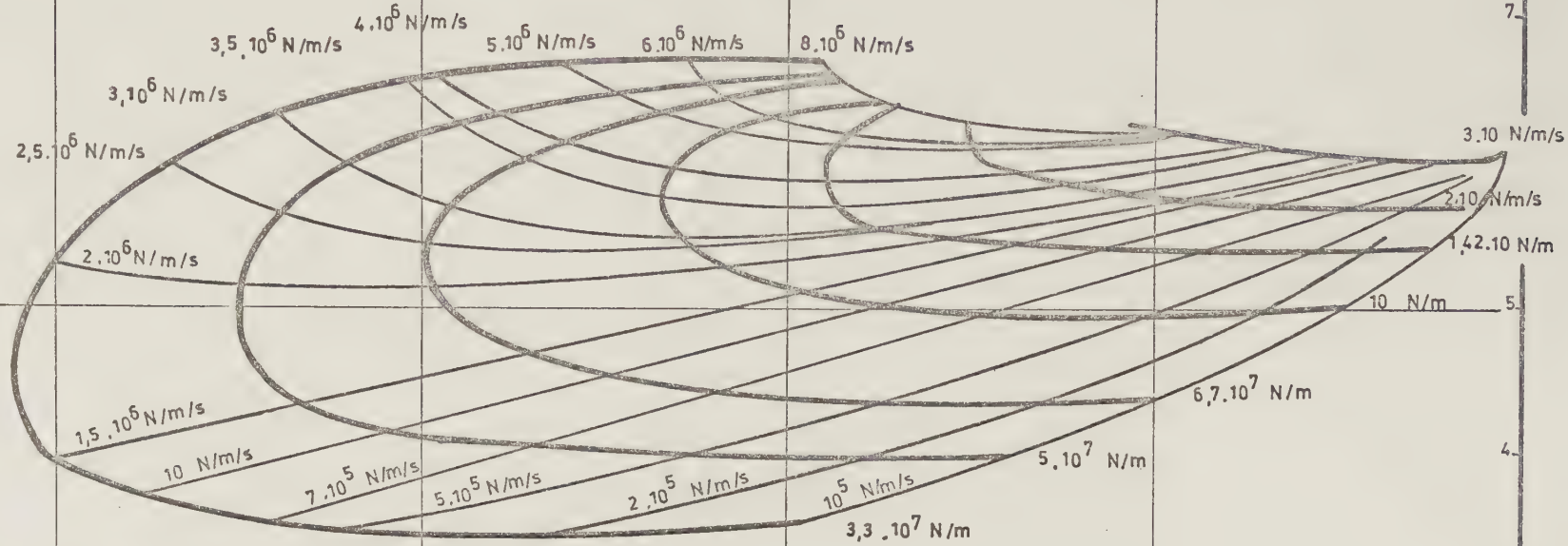

Courbes de résonance.
Composition de la garniture : 150m masses-tiges 8"
30m masses-tiges 10"
Fréquences Hz
9
8
7
6
5
4
3
2
1
3,5.10^6 N/m/s
4.10^6 N/m/s
5.10^6 N/m/s
6.10^6 N/m/s
7.10^6
8.10^6 N/m/s
10^7 N/m/s
1,2.10^7 N/m/s
3.10^6 N/m/s
2,5 N/m/s
2,10^6 N/m/s
1,5.10^6 N/m/s
10^6 N/m/s
7.10^5 N/m/s
5.10^5 N/m/s
2.10^5 N/m/s
10^5 N/m/s
3,3.10^7 N/m
5.10^7 N/m
6,7.10^7 N/m
10^8 N/m
1,42.10^8 N/m
2.10^8 N/m
3.10^8 N/m
Amplitude à la résonance pour une impédance de roche finie
Amplitude à la resonance pour une impedance de roche infinie
db
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0

Figure 47.

Courbes de résonance.

Composition de la garniture : 165 m masses-tiges 8"
30 m masses-tiges 10"



Amplitude de la résonance pour une impédance de roche finie

Amplitude de la résonance pour une impedance de roches infinie.

db 9 8 7 6 5 4 3 1 0

Figure 48.

TRAITEMENT DES SIGNAUX VIBRATOIRES

MESURES SUR LA TIGE CARREE DE FORAGE

TRAITEMENT DES SIGNAUX DE SURFACE

L'étude détaillée de l'excitation du tricône permet de définir le traitement le mieux adapté dans la recherche, en surface, des signaux venant du fond.

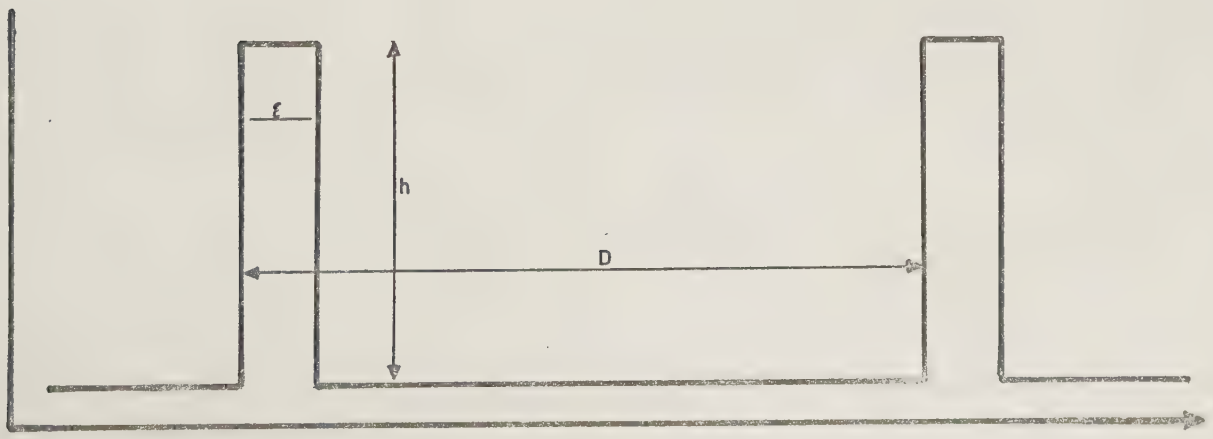
1 - Filtrage analogique

En filtrage analogique, deux paramètres de filtre sont à fixer :

- la fréquence centrale, qui, ici, est la fréquence de percussion des dents du tricône.
- la largeur de bande du filtre, Δf, optimisant le rapport signal sur bruit.

Le problème principal dans cette technique est de choisir au mieux Δf : en effet, si Δf est trop grand, on enregistrera tout le signal émis mais également tout le bruit l'accompagnant; par contre si Δf est trop petit on éliminera beaucoup de bruit mais on perdra aussi beaucoup de signal intéressant.

Dans le cas de l'excitation théorique du tricône, formée par une suite d'impulsions de largeur ξ, d'amplitude h et de fréquence de répétition $\mathcal{D}$, un calcul approché permet de déterminer le Δf le mieux adapté.

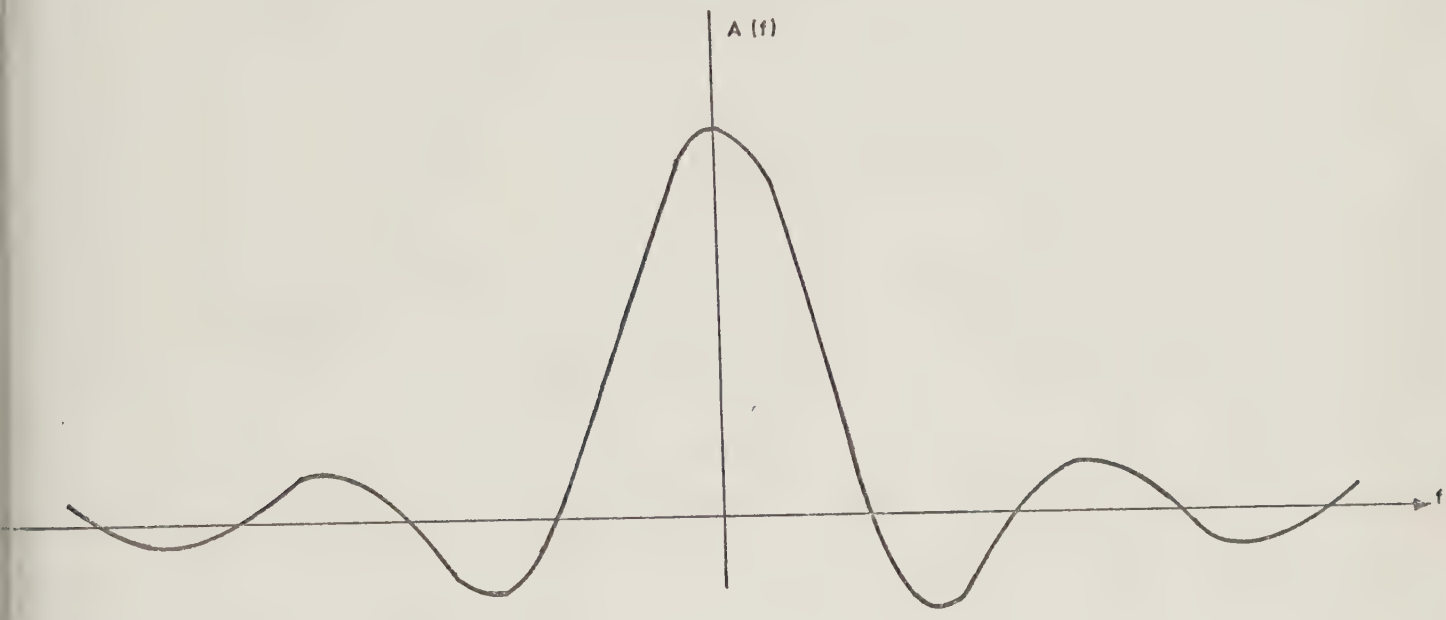


./...

Le schéma de principe de la chaîne de traitement est le suivant :

Le signal reçu est filtré dans un filtre de largeur de bande Δf, centré en fo, fréquence de percussion des dents de l'outil.

Le spectre de FOURIER a donc l'allure suivante :



Analyse spectrale du signal d'émission

(Distribution spectrale $A^{\propto}(F)$

La transformée de FOURIER d'une impulsion ayant les caractéristiques de la figure, a pour expression :

$$A\ (f) = \sin \frac{\pi \Delta f z}{\pi \Delta f z}$$

./...

A la sortie d'un filtre de largeur de bande 2 B, il en sort le signal :

$$\sigma(t) = \int_{-B}^{+B} \frac{\sin \pi \nu \tau}{\pi \nu \tau} \, e^{2 \pi j \nu t} \, d\nu .$$

(Transformée inverse de FOURIER du signal initial limité aux bandes (-B, +B).

Il faut donc rechercher la valeur de B donnant le signal $\sigma(t)$ maximum. Nous supposons en première approximation que la valeur maxi de $\sigma(t)$ est obtenue pour t = 0 (valeur centrale de $\sigma(t)$. Soit :

$$\sigma(0) = \int_{-B}^{+B} \frac{\sin \pi \nu \tau}{\pi \nu \tau} \, d\nu$$

Posons :

$$d\nu = \frac{du}{\pi \nu} \qquad \text{il vient :}$$

$$\sigma(t=0) = \frac{2}{\pi \tau} \int_{0}^{\pi B \tau} \frac{\sin u}{u} \, du \qquad \text{soit :}$$

$$\sigma(0) = \frac{2}{\pi T_i} \, . \qquad \text{Si } (\pi B \tau)$$

On démontre par ailleurs, qu'après passage dans un filtre de largeur de bande de 2 B, un bruit gaussien a un écart type (racine carrée de son énergie) proportionnel à B.

Donc, dans notre cas, il faut rechercher la valeur de B rendant maximum l'expression :

$$E = \frac{\sigma(0)}{\sqrt{B}} = \frac{2}{\sqrt{B . \pi . \sigma}} \qquad \text{si } (\pi B \, Ti)$$

./...

d'où la recherche du maxi de l'expression $\frac{Si\ (\pi B \tau)}{\pi B \tau}$

$\pi B Ti$	0,5	1	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	2,5	3
$Si\ (\pi B Ti)$	0,49	0,95	1,32	1,45	1,59	1,65	1,72	1,79	1,85
$\sqrt{\pi B Ti}$	0,71	1	1,22	1,30	1,38	1,45	1,52	1,58	1,73
$\frac{Si\ (\pi B Ti)}{\sqrt{\pi B Ti}}$	0,70	0,95	1,08	1,11	1,13	1,14	1,13	1,12	1,07

On voit sur ce tableau que la valeur maximum de l'expression :

$$\frac{Si\ (\pi B \tau)}{\sqrt{\pi B \tau}}$$

est obtenue pour $\pi B \tau = 2,1$ d'où :

$$2 B = \frac{1,3}{\tau}$$

Dans le cas du traitement du signal d'un tricône tournant à 53 t/mn, la largeur de bande du filtre est de 65 Hz environ.

Remarques

1) Ce calcul signifie en fait que le filtre ne sélectionne que la bande de fréquences contenant le maximum de la puissance comprise dans l'impulsion. En particulier, les hautes fréquences du spectre représentant les fronts raides (en temps) disparaissent après passage dans le filtre.

   Il est bien certain que ce raisonnement ne peut s'appliquer directement au signal émis par le tricône, puisque la fonction temps comprend sans doute peu de hautes fréquences, le spectre se limitant au premier lobe. On pourra donc réduire considérablement la largeur de bande 2 B.

2) Le résultat du calcul précédent peut se retrouver graphiquement.
Le filtre le mieux adapté ne prend en compte qu'une partie de l'énergie comprise dans le premier lobe (environ 65 %).

L'énergie comprise dans les autres lobes est perdue.

La recherche du signal d'émission par filtrage analogique se heurte à deux difficultés majeures :

a) la nécessité de détecter la première raie du spectre nécessite un filtre à bande étroite, donc à constante de temps importante. Il est techniquement difficile de piloter un filtre analogique à une fréquence de poursuite supérieure à 0,1 Hz. Or, on peut penser qu'à forte profondeur, le train de tiges n'impose pas à l'outil une rotation régulière du fait de sa propre élasticité en torsion : on détecte en forage des à-coups de couple qui provoquent sans doute des variations brusques du fonctionnement de l'outil.

A partir des fréquences propres en torsion de la garniture, on peut calculer que les fréquences des variations du couple sur l'outil sont voisines de 0,2 Hz. Des mesures de fond faites par Esso Research confirment ces hypothèses.

b) On constate au banc de forage que toute perturbation des paramètres de forage tels que variations de la vitesse de rotation, changement de poids sur l'outil, dégagement ... etc, peut complètement détruire l'allure caractéristique du spectre d'émission. On peut penser qu'à fortes profondeurs, l'excitation du tricône s'éloigne considérablement du modèle théorique proposé.

En raison des variations du signal dans le temps, nous sommes tenus de moyenner les signaux filtrés sur au moins 10 s. Il est clair que si le spectre d'émission du tricône n'est caractéristique que pendant une faible fraction de ce temps de moyennage, le signal filtré sera peu représentatif du 20 N.

On peut dans ces conditions, proposer une deuxième méthode de traitement :

2 - Intercorrélation du signal mesuré avec un signal théorique supposé émis par le tricône.

Si l'excitation du tricône existe dans le signal mesuré en surface, elle a, en gros la forme d'impulsion se répétant à fréquence fixe aussi longtemps que la rotation de l'outil sur le front de taille est régulière.

La méthode consiste à rechercher à quels instants on retrouve le motif théorique de l'excitation dans le signal mesuré.

Il suffit donc de calculer la fonction d'intercorrélation entre la mesure et le modèle théorique. Les instants donnant des maximums de corrélation correspondent à une excitation du tricône proche de la théorie proposée. En fait, comme le spectre du signal recherché comprend les résonances de la garniture, il est bon avant tout de convoluer le motif théorique avec la réponse impulsionnelle de la garniture. Or, H (t) réponse impulsionnelle de la garniture, est la transformée de FOURIER de sa fonction de transfert.

$$H(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega)\ e^{2\pi j \omega}$$

On dispose donc d'une méthode pour calculer H (t) à partir de la fonction de transfert de la garniture.

Cette remarque est importante car, dans la pratique, on analysera la réponse de la garniture dans une plage de fréquence où l'excitation du tricône est un bruit blanc pour déterminer certains paramètres comme l'amortissement. On prendra ensuite la transformée inverse de FOURIER de cette réponse pour calculer la réponse impulsionnelle et faire le calcul de l'intercorrélation.

La figure ci-après schématise l'ensemble de ces opérations :

./...

Analyse fréquentielle des signaux mesurés

Calcul des paramètres mécaniques fixant la réponse de la garniture (principalement : amortissement et derrick)

Calcul de la fonction de transfert théorique : $H(\omega)$

Calcul de la réponse impulsionnelle

$$H(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega)\, e^{-2\pi j\omega}\, d\omega$$

Signal mesuré sur le chantier $*$ Réponse impulsionnelle $*$ Signal théorique d'émission de tricône

Pics de corrélation fixant, dans le temps, les instants d'émissions suivant le schéma théorique

$*$ Symbole de convolution

ESTIMATION DU GAIN A ATTENDRE D'UN TRAITEMENT PAR CORRELATION

Nous admettrons, pour fixer les ordres de grandeur, que l'émission théorique du tricône est parfaitement connue.

1 - On montre que pour retrouver un signal noyé dans un bruit gaussien, le traitement par corrélation est le mieux adapté. Si e(t) est le signal émis et s(t) le signal reçu, on a :

$$\int_{T} s(t) \cdot e(t-t_o)\, dt = \int_{\Delta f} S(f)\, E(-f)\, e^{2\pi j f t}\, dt$$

où S(f) et E(f) sont les transformées de FOURIER des signaux reçus et émis.

On remarque donc qu'il est équivalent de chercher le maximum de la fonction d'intercorrélation, ou le maximum de la sortie d'un filtre dit "adapté", alimenté par le signal reçu et dont le module est la transformée de FOURIER du signal émis, la phase, inverse de celle de la transformée de FOURIER du signal émis.

La corrélation permet de gagner 20 % environ par rapport au traitement par filtrage défini précédemment. (Principalement, l'énergie comprise dans les lobes secondaires). Si on réussissait à construire un filtre analogique dit "adapté", on récupérerait ces 20 %.

2 - Un gain important fourni par le traitement d'intercorrélation est qu'il fixe, en temps réel, les instants où l'excitation du tricône correspond à un modèle fréquentiel bien défini. Ceci est très important pour tirer des informations sur l'impédance de la roche ou l'usure de l'outil.

C'est sans doute par cet aspect que le traitement par corrélation se montre le plus avantageux.

3 - Dans les intervalles de temps où l'excitation de l'outil suit le modèle théorique (absence d'à coup de couple en particulier), la détection du signal de l'outil sur un temps d'intercorrélation permet ensuite de faire du filtrage "en synchronisme", c'est-à-dire du filtrage en phase, par mesure de la vitesse de rotation en surface.

BIBLIOGRAPHIE GENERALE

ROCARD Y. - Dynamique générale des Vibrations (Masson)

TIMOSHENKO et GOODIER - Théorie de l'Elasticité (Béranger)

ANGOT A. - Compléments de Mathématiques (Librairie d'Optique)

COURANT et HILBERT - Methodes of Mathematics Physics

TIMOSHENKO - Théorie des Vibrations (Béranger)

PIMONOV - Vibrations en Régimes Forés

KARPLUS J. - Analog. Simulation (Mc GRAW - HILL)
Mechanical Impedance Methods - ASME Annual Meeting - Decembre 1958

KORN and KORN - Electronic Analog and Hybrid Computer (Mc GRAW - Hill)

GILLE, PELEGRIN, DECAULNE - Méthodes Modernes d'étude des systèmes asservis (Dunod)

HARRIS et CREDE - Shock et Vibration Handbook

SIMULATEUR ANALOGIQUE DES PHENOMENES DYNAMIQUES EN FORAGE

Description technique du simulateur

Le simulateur analogique a été construit pour assurer deux types d'utilisation: d'une part, c'est un calculateur analogique qui permet de déterminer la réponse vibratoire de la garniture à différents types d'excitations théoriques (fig. 1).

On dispose alors d'un générateur basse fréquence, dont la fréquence varie de 2 à 100 Hz, qui simule l'excitation de l'outil. Ce G.B.F. alimente trois types parfaits de générateurs mécaniques : générateur de force, de vitesse, de déplacement.

Une ligne à retard simule la réponse de la garniture à cette excitation. Elle est constituée de cellules élémentaires résistances, selfs, capacités, représentant 3 m de masse-tiges, connectées en série.

La ligne à retard ainsi construite représente les masse-tiges comprises dans la garniture. Les tiges 5" ne sont pas représentées par des éléments participant aux résonances. Cette ligne est bouclée, soit sur une impédance simulant les tiges 5" et le derrick, soit sur une impédance simulant les tiges 5" et le derrick, soit sur une impédance extérieure quelconque.

L'état vibratoire de la garniture est donné par deux mesures faites sur le modèle analogique : la tension de sortie de la ligne à retard (analogue de la force au niveau du derrick) et l'intensité débitée par l'excitateur (analogue de la vitesse au-dessus de l'outil). Ces deux grandeurs sont enregistrées sur papier.

D'autre part, le modèle analogique permet de déduire immédiatement et en temps réel, l'état vibratoire au niveau de l'outil à partir du signal vibratoire enregistré en surface (fig. 2).

Nous rappelons ici que, du fait de sa géométrie propre, le tricône lors de son travail au fond, est la source de vibrations longitudinales.

L'analyse harmonique de son excitation montre que deux fréquences caractéristiques ressortent nettement du spectre : une fréquence égale à trois fois la fréquence de rotation, provenant de la symétrie ternaire du tricône et une plage de fréquences s'étendant entre 20 et 25 fois la fréquence de rotation générées par la percussion des dents de la couronne extérieure de chaque molette.

Bien que ce ne soit pas rigoureusement vérifié, nous avons admis l'hypothèse assez naturelle que l'amplitude des vibrations à certaines fréquences caractéristiques est fonction des paramètres mécaniques de la roche forée.

Mais nous ne connaissons que l'état vibratoire à l'extrêmité supérieure du trains de tiges. Les grandeurs force et vitesse qui y sont détectées ne sont que des images de ces grandeurs au niveau de l'outil, déformées par la garniture.

Le modèle analogique restitue la valeur des signaux au-dessus de l'outil pour les fréquences caractéristiques de celui-ci.

Il suffit d'adjoindre à la ligne à retard une boucle de retour qui asservit l'excitation de la ligne pour que sa réponse au niveau du derrick ait la même amplitude que le signal détecté en surface.

Dans ce type de montage, un ensemble de circuits formés essentiellement de filtres met en forme le signal mesuré en surface et tire du signal complexe la ou les fréquences caractéristiques du tricône.

La fréquence du générateur simulant l'excitation de l'outil doit être asservie à un multiple de la fréquence de rotation pour "suivre" la fréquence caractéristique qui est traitée dans le modèle analogique.

Les paragraphes qui suivent reprennent la description et le fonctionnement des

deux types d'utilisation du modèle analogique.

Dans une première partie, on décrira en détail la ligne à retard simulant la garniture, son mode de construction, la discrétisation adoptée et le degré de précision atteint.

Les deux autres parties décrivent le fonctionnement des deux types d'utilisation du simulateur analogique. Les schémas électroniques sont donnés à la fin du chapitre ainsi que le câblage des plaquettes contenues dans chacun des trois racks.

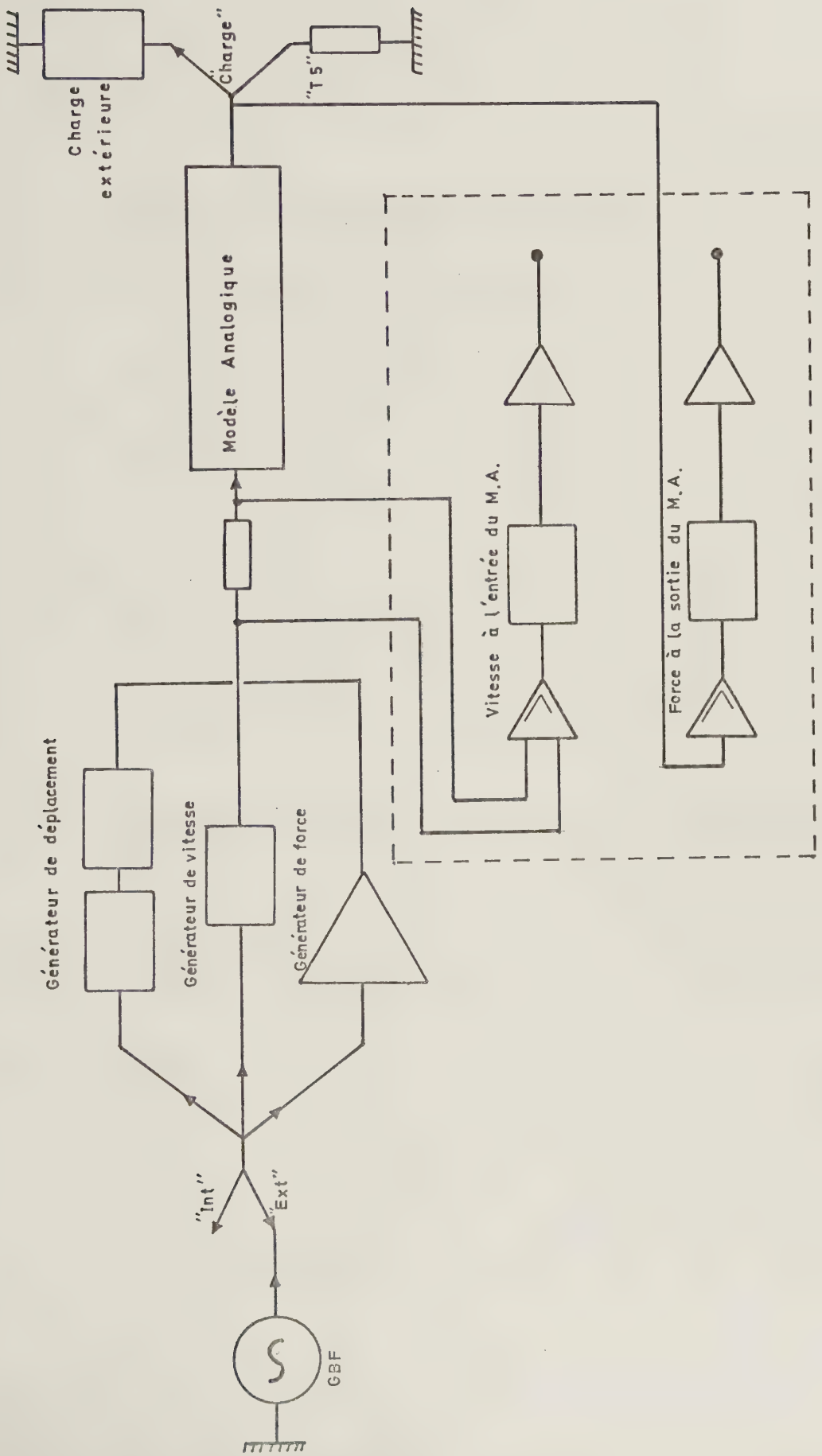

Charge extérieure
"Charge"
"T 5"
Modèle Analogique
Vitesse à l'entrée du M.A.
Force à la sortie du M.A.
Circuit de mesure.
Générateur de déplacement
Générateur de vitesse
Générateur de force
"Int"
"Ext"
GBF

Fig:1

PLAN DU CHAPITRE

Pages

INTRODUCTION - FONCTIONNEMENT DU SIMULATEUR 168

I - MODELE ANALOGIQUE - LIGNE A RETARD 175

- Equations 176
- Discrétisation 179
- Valeur des composants 183
- Amortissement 185
- Précision - Résultats 186

II - FONCTIONNEMENT EN CALCULATEUR 191

- Générateurs sinusoïdaux 191
- Impédance de charge 195
- Circuits de mesure (redresseurs) 198

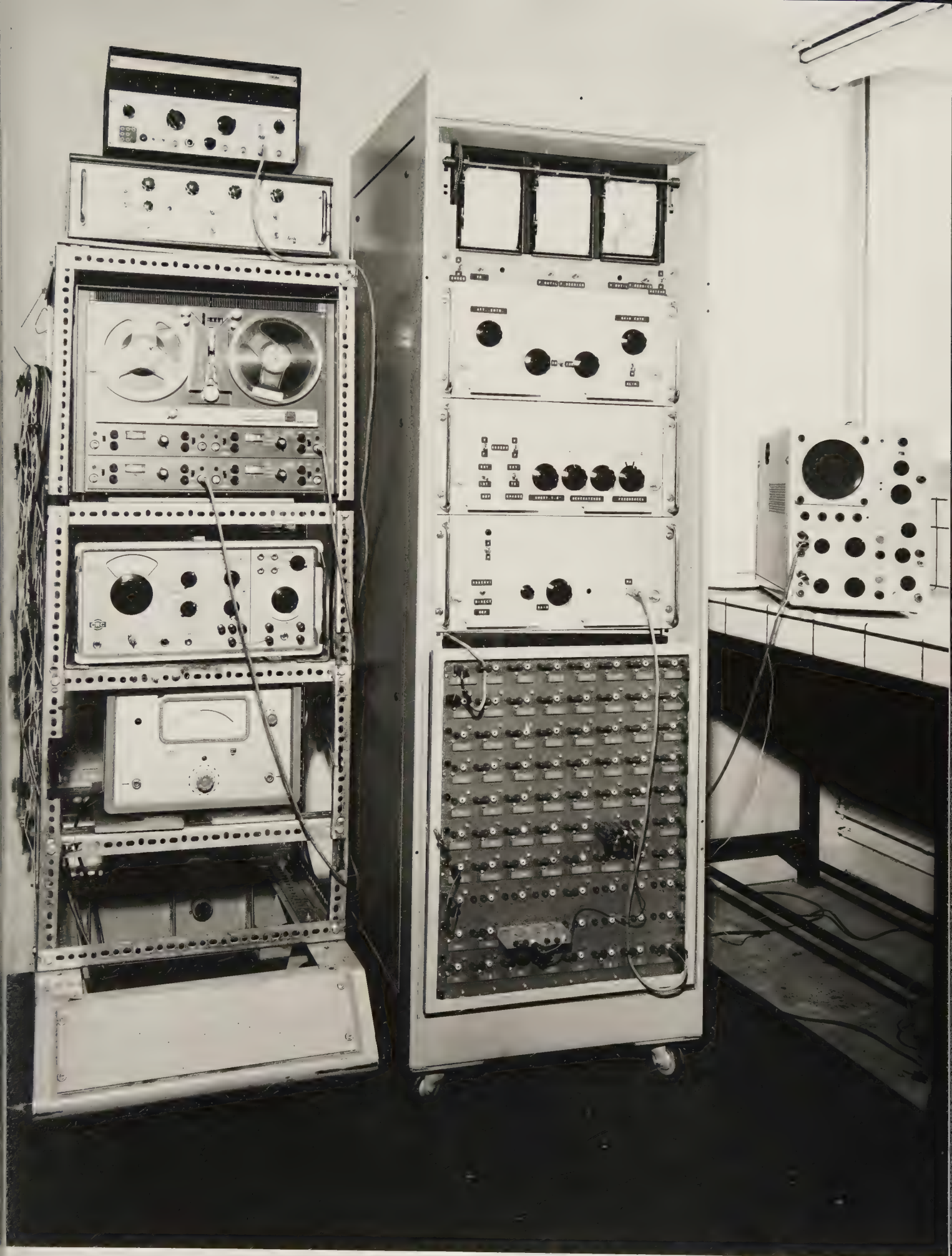
III - FONCTIONNEMENT DU SIMULATEUR EN TRAITEMENT DES SIGNAUX DE SURFACE 202

- Filtres actifs 211
- Intégrateur 212
- Générateur sinusoïdal asservi 214

SCHEMAS 219

- Circuits de mesure de la force et de la vitesse au derrick .. 219
- Moteur entraînant le balayage en fréquence 220
- Adaptateur - Amplificateur 221
- Filtres de la vitesse 222
- Trigger de Schmitt 223

- Commutation des filtres de vitesse 224
- Filtres de la force 225
- Intégrateur de vitesse de rotation 226
- Adaptateur de sortie du potentiomètre asservi 227
- Mesure de la vitesse sur l'outil 228
- Générateur asservi 218



VUE D'ENSEMBLE DU SIMULATEUR

I - MODELE ANALOGIQUE DES TIGES

L'analogie des équations des ondes électriques dans une ligne et des équations de propagation des vibrations longitudinales dans les barres prismatiques, permet de simuler aisément le comportement dynamique des masse-tiges par une ligne électrique discrétisée en cellules en T.

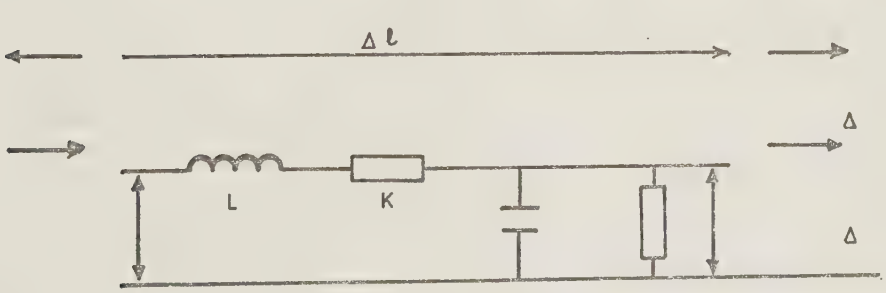
1 - Rappel des équations

Avec les conventions adoptées, nous avons vu que les équations régissant la propagation des vibrations longitudinales dans une barre prismatique sont les suivantes :

$$\frac{\Delta F}{\Delta l} = (j\omega\rho S + f)\, V \qquad \text{et} \quad \frac{\Delta V}{\Delta l} = \frac{j\omega}{ES}\, F$$

pour un élément de barre de longueur Δl.

Soit deux conducteurs parallèles dans lesquels circule un courant i et entre lesquels règne une différence de potentiel e. Soit, R, L la résistance et la self par unité de longueur, G et C la capacité et la conductance par unité de longueur.



On a :

$$\Delta_e = - (Ri + L \frac{di}{dt}) \quad \Delta 1$$

$$\Delta_i = - (Ge + C \frac{de}{dt}) \quad \Delta 1$$

d'où les équations :

$$\frac{\Delta e}{\Delta 1} = - (Ri + L \frac{di}{dt})$$

$$\frac{\Delta i}{\Delta 1} = - (Ge + C \frac{de}{dt})$$

Dans les lignes électriques, la perte due à la conductance parasite G est très faible, on supposera donc : $G \simeq 0$.

Avec cette approximation, la similitude des équations électriques et mécaniques est évidente.

Equations mécaniques :

$$\Delta F = (j\omega \rho S \quad \Delta 1 + f \quad \Delta 1) \quad |V|$$

$$\Delta V = (j \omega \frac{\Delta 1}{ES}) \quad F$$

Equations électriques

$$\Delta E = j\omega L \quad \Delta 1 + R \ \Delta 1 \qquad I$$

$$\Delta I = j\omega C \quad \Delta 1 \quad E$$

./...

avec la correspondance :

$V \longleftrightarrow i$

$F \longleftrightarrow \lambda \, . \, E$ (λ , coefficient de proportionnalité).

On en déduit les relations entre grandeurs mécaniques et électriques.

$$C = \lambda_1 \cdot \frac{\Delta 1}{ES} \qquad L = \rho \, \frac{S \, . \, \Delta 1}{\lambda 1} \qquad R = f \, . \, \frac{\Delta 1}{\lambda 1}$$

Soit, en d'autres termes :

$$C = \frac{\lambda 1}{k} \qquad L = \frac{M}{\lambda 1} \qquad R = \frac{c}{\lambda 1}$$

k, M, c représentant la raideur, la masse et l'amortissement de portion de barre de longueur $\Delta 1$.

En faisant le produit des expressions donnant L et C, il vient :

$$LC = \frac{\Delta 1^2}{a^2} \qquad a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

en faisant le rapport :

$$\lambda_1 \; 2 = \frac{C}{L} \, . \, (Z \text{ mec})^2$$

d'où la relation entre impédance mécanique et électrique :

$$Z_{mec} = \lambda_1 \; Z_{élec}$$

Remarque

On aurait pû choisir la correspondance

$$F \longleftrightarrow i$$

$$V \longleftrightarrow \lambda_2 E \qquad \lambda_2 \text{ coefficient de proportionnalité}$$

qui définit une autre analogie. Les relations de liaison sont alors les suivantes :

$$\boxed{C = S \Delta_1 \lambda_2} \qquad \boxed{L = \frac{1}{\lambda_2} \cdot \frac{\Delta 1}{ES}} \qquad \boxed{R = f \Delta 1 \cdot \frac{1}{\lambda_2}}$$

où : $C = M \lambda_2$ $\qquad L = \frac{1}{\lambda_2} \cdot \frac{1}{k}$ $\qquad R = \frac{C}{\lambda_2}$

Avec les relations :

$$LC = \frac{(\Delta 1)^2}{a^2} \qquad Z_{mec} = \frac{1}{\lambda_2} \; Z \text{ elec}$$

Pour un couple de valeurs L et C donné, on voit que les deux analogies sont liées par la relation :

$$\lambda_1 = \lambda_2 \; (Z_{c\ mec})^2$$

Comme il a été dit plus haut, la conductance électrique des lignes électriques, même discrétisées, est faible. Par contre, la résistance ohmique des selfs ne peut être annulée. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi la première analogie, faisant correspondre la force à la tension,

la vitesse à l'intensité. Dans cette analogie, la résistance interne des selfs est l'analogue de l'amortissement visqueux.

2 - Réalisation de la ligne à retard - Discrétisation

Dans ce découpage, une capacité C et un self M représentant une portion de tige de longueur Δl. L'application des différences finies permet de calculer l'erreur systématique introduite par cette discrétisation.

L'équation des ondes s'écrit :

$$\frac{\delta^2 f}{\delta x^2} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\delta^2 f}{\delta t^2}$$

Soit f_1, f_o, f_2 les valeurs de la fonction f (x, t) aux points 1, 0, 2 distants de Δx.

Développons les fonctions f_1 et f_2 en série de Taylor :

$$f_2 = f_0 + \Delta x \cdot f'_{xo} + \frac{\Delta x^2}{2!} f''_{xo} + \frac{\Delta x^3}{3!} f'''_{xo} + \frac{\Delta x^4}{4!} f^{IV}_{xo} + \ldots\ldots$$

$$f_1 = f_o - \Delta x \; f'_{xo} + \frac{\Delta x^2}{2!} f''_{xo} + \frac{\Delta x^3}{3!} f'''_{xo} + \frac{\Delta x^4}{4!} f^{IV}_{xo} - \ldots.$$

d'où :

$$f_1 + f_2 = 2 f_o + \Delta x^2 f''_o + \frac{\Delta x^4}{12} f_o \qquad \text{IV}$$

et

$$\frac{\delta^2 f_o}{\delta x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} \left(f_1 + f_2 - 2 f_o - \frac{\Delta x^4}{12} \frac{\delta^4 f_o}{\delta x^4}\right.$$

En se limitant aux termes de la différence :

$$f_1 + f_2 - 2 f_o = \frac{\Delta x^2}{x^2} \cdot \frac{\delta^2 f_o}{\delta t^2}$$

Dans cette approximation de la valeur de $\frac{\delta^2 f_o}{t^2}$ l'erreur systématique introduite, a pour expression :

$$|E| = a^2 \frac{\Delta x^2}{12} \cdot \frac{\delta^4 f_o}{\delta x^4}$$

d'où l'erreur relative :

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta x^2}{12} \frac{\delta^4 f}{\delta x^4}}{\frac{^2 f}{x^2}}$$

D'une manière générale, l'expression de la fonction f est de la forme :

$$f(x\,t) = \left(A \sin \frac{\omega}{a} x + B \cos \frac{\omega}{a} x\right) e^{j \omega t} \qquad \text{d'où :}$$

$$\frac{\delta^2 f}{\delta x^2} = \left(\frac{\omega}{a}\right)^2 f \qquad \text{et} \qquad \frac{\delta^4 f}{\delta x^4} = \left(\frac{\omega}{a}\right)^4 f \qquad \text{il vient :}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta x^2}{12} \left(\frac{\omega}{a}\right)^2$$

Or,

$$\omega = 2\pi \cdot f \text{ avec } f = \frac{a}{\lambda} \quad \text{et} \quad \omega = \frac{2\pi a}{\lambda}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta x^2}{12} \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2$$

Compte tenu de la précision de l'ensemble des mesures, il est inutile de rechercher une valeur de ε inférieure à 10^{-2}, il vient :

$$\Delta x \leq \frac{\lambda}{18}$$

Cette relation lie la longueur de la maille à la longueur d'onde de la fréquence utilisée, pour une erreur systématique inférieure à 10^{-2}.

L'expérience montre que le domaine de fréquences utiles se situe entre 0 et 100 Hz environ. La longueur d'onde minimun sera donc de 50 m et la longueur de tige par maille pourra être égale à 3 m. Donc, une tige de forage sera simulée par trois mailles de réseau, une longueur par 9 mailles.

3 - Calcul des composants électriques

On rappelle les formules de correspondance :

$$C = \lambda_1 \frac{\Delta 1}{ES} \qquad L = \frac{1}{\lambda 1} \rho S \Delta 1 \qquad R = \frac{1}{\lambda 1} f \Delta 1$$

Masse-tige 10"

Valeurs numériques : poids au mètre : 330 kg/m
section : 0,0420 m^2
module d'Young : 2.10" N/m^2

d'où :

$$L_{MT\ 10"} = 990 \cdot \frac{1}{\lambda} \qquad C_{MT\ 10"} = 3{,}57.10^{-10}\ \lambda$$

On choisira $\lambda = 10^3$ d'où :

$$L_{MT\ 10"} \cdot = 0{,}99\ H \qquad C_{MT\ 10"} = 3{,}57.10^{-7}\ F$$

Masse-tiges 8"

Valeurs numériques : poids au mètre : 222 kg/m
section : 0,0284 m^2
module d'Young : 2.10^{11} N/m^2

D'où (avec $\lambda = 10^3$)

$$L_{MT\ 8"} = 0{,}66\ H \qquad C_{MT\ 8"} = 5{,}28.10^{-7}\ F$$

4 - Montage

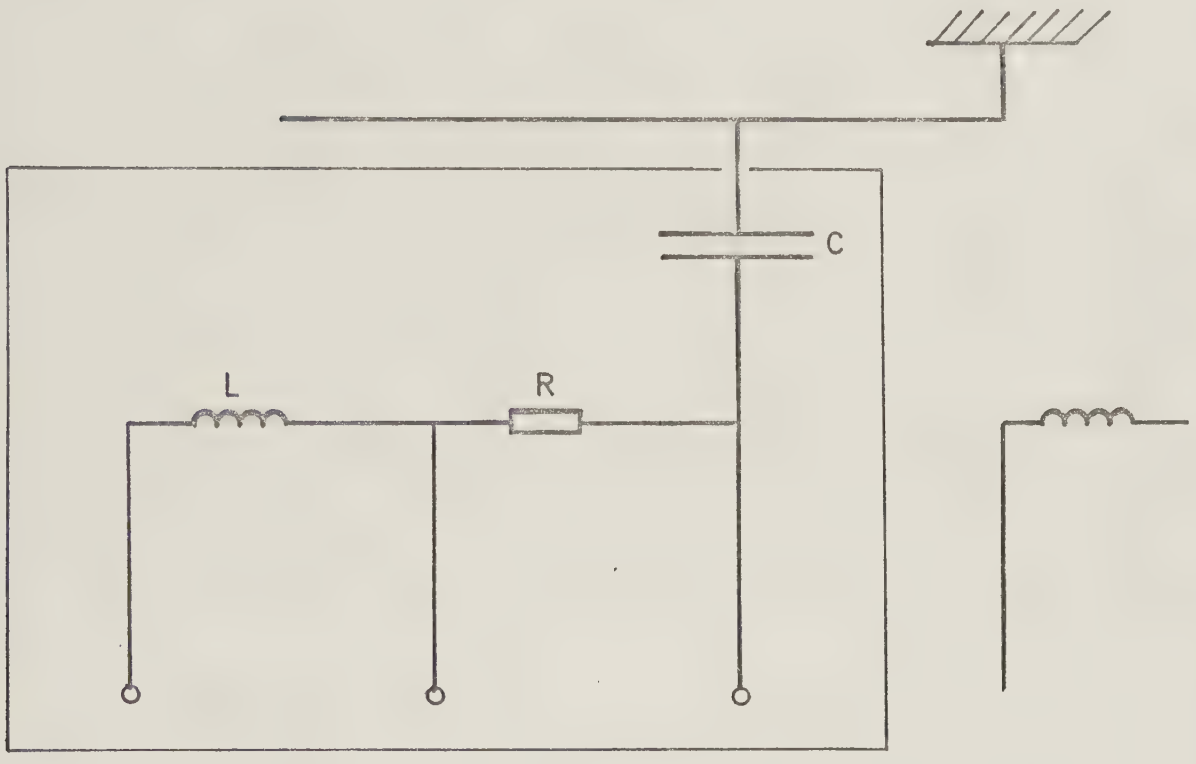
La ligne à retard est montée sur un panneau en plexiglas, comportant une série de fiches et de cavaliers.

Les cavaliers relient les mailles entre elles, les fiches ramènent sur la plaque avant les potentiels aux bornes des selfs et des condensateurs.

Pour disposer de plusieurs valeurs d'amortissement, une galette à 11 positions est incluse dans chaque maille. Cette galette connecte en série dans chaque maille une résistance simulant l'amortissement visqueux. Le panneau complet comporte 10 rangées et 8 colonnes, soit une capacité totale de 80 mailles. Il est actuellement équipé de 72 mailles réparties en 180 m de MT 8" et de 33 m de MT 10" en bas du tableau.

Remarque

La première et la dernière self de la ligne forment chacune une demi-maille. Elles doivent donc avoir une valeur moitié aux deux extrêmités (0,33 H pour les MT 8" et 0,54 H pour les MT 10"). Aux extrêmités mobiles, on branche en parallèle sur la self de la dernière maille, une self extérieure embrochable sur le panne (fig. ci-dessous).



Disposition des éléments composant la ligne à retard

Valeurs des éléments constituant la ligne

Le tableau ci-joint donne les valeurs des capacités et des selfs de chaque maille du réseau. Il faut noter que la valeur selfique des pots de ferrite varie facilement de 5 % pour des raisons extérieures telles que : la température, les vibrations, la pression du couvercle sur la ferrite, etc ...

La précision indiquée est donc un peu illusoire. Il est bon de vérifier périodiquement leur valeur au pont d'impédance.

Réseau des MT 8"

339 mH	668 mH	667 mH	651 mH	660 mH	657 mH	661 mH	678 mH
0,530µF	0,541µF	0,548µF	0,528µF	0,515µF	0,525µF	0,532µF	0,526µF
655	651	667	650	669	658	651	661
0,543	0,528	0,536	0,517	0,521	0,537	0,530	0,540
658	663	671	640	650	673	660	655
0,550	0,519	0,528	0,532	0,529	0,545	0,530	0,519
645	685	651	670	636	701	637	688
0,530	0,521	0,540	0,528	0,508	0,530	0,550	0,523
658	650	650	652	650	666	659	680
0,539	0,515	0,511	0,521	0,521	0,518	0,511	0,521
665	650	658	650	660	650	650	670
0,523	0,530	0,532	0,525	0,520	0,515	0,533	0,516
650	662	670	680	650	678	650	660
0,550	0,552	0,519	0,522	0,520	0,525	0,530	0,524

Réseau des MT 10"

1,05 H	1,04 H	1,04 H					
0,355µF	0,360µF	0,345µF					
1 H	1,02 H	1,01 H	1,03 H	1,03 H	1,07 H	0,88 H	450 H
0,351µF	0,350µF	0,363µF	0,361µF	0,359µF	0,340µF	0,348µF	0,355µF

5 - Résultats numériques - Précision - Amortissement dans la ligne

a) Précision en fréquence

Le tableau ci-après donne les fréquences de 5 longueurs de MT 8", mesurées sur le modèle analogique. Cette mesure est comparée à la fréquence calculée. L'erreur en fréquence n'excède pas 2 %.

54 m			84 m			114 m			147 m			162 m		
Fréq. Mes.	Fréq. calc.	Err.	Fréq. Mes.	Fréq. calc.	Err.	Fréq. Mes.	Fréq. calc.	Err.	Fréq. Mes.	Fréq. calc.	Err.	Fréq. Mes.	Fréq. calc.	Err.
46,7	46,2	1,2%	59,9	59,5	0,7%	22,2	21,7	2,5%	17,1	17	0,6%	15,5	15,5	0
						43,9	44	0,2%	34,6	34	1,8%	31,1	30,8	1 %
						66,4	65,7	1 %	52,2	51	2 %	46,8	46,2	1,3%
						88,5	87,6	1 %	68,4	68	0,7%	62,5	61,6	1,4%
									86,2	85	1,7%	78,8	77,1	2,3%
												93,6	92,5	1,3%

b) Amortissement dans la ligne

L'amortissement dans la ligne a deux causes principales :

- la résistance ohmique des selfs,
- la fuite des capacités.

Les selfs des masse-tiges ont une résistance ohmique de 3 Ω environ d'où un coefficient d'amortissement f égal à :

$$f = \lambda_1 \frac{R}{\Delta 1} = 1\,000\ M\ K\ S\ A$$

Soit 4 db/1000 m environ (table donnée en annexe)

Pour déterminer la variation de f avec la fréquence, on mesure l'amplitude des maximums successifs de la fonction de transfert en force.

En effet, on a :

$$F_{21} = \frac{1}{\mathrm{ch}\,\gamma 1 + \frac{1}{\rho}\,\mathrm{sh}\,\gamma 1}$$

avec $\gamma = \alpha + j\beta$, et l'amplitude au maximum ($\frac{f}{f_o} = 1$, $p = 0,1$)

$$\text{Max } F_{21} = \frac{1}{\text{ch}\,\alpha l + \frac{1}{\rho}\,\text{sh}\,\alpha l}$$

La mesure du maximum de la fonction de transfert permet à partir de cette formule, le calcul de α.

La courbe de variation de l'amortissement mesuré sur les MT 8" en fonction de la fréquence, est donnée fig. 4. La mesure est faite sur 100 m de MT 8" chargée sur 110 Ω. L'amortissement minimum est de l'ordre de 3,5 db/1000 m pour croître jusqu'à 8 db/1000 m à 100 Hz.

On remarque que l'amortissement minimum est de l'ordre de 3,5 db/1000 m. Cette valeur correspond bien à celle prévue, en tenant compte de la résistance ohmique des selfs (fig. 4).

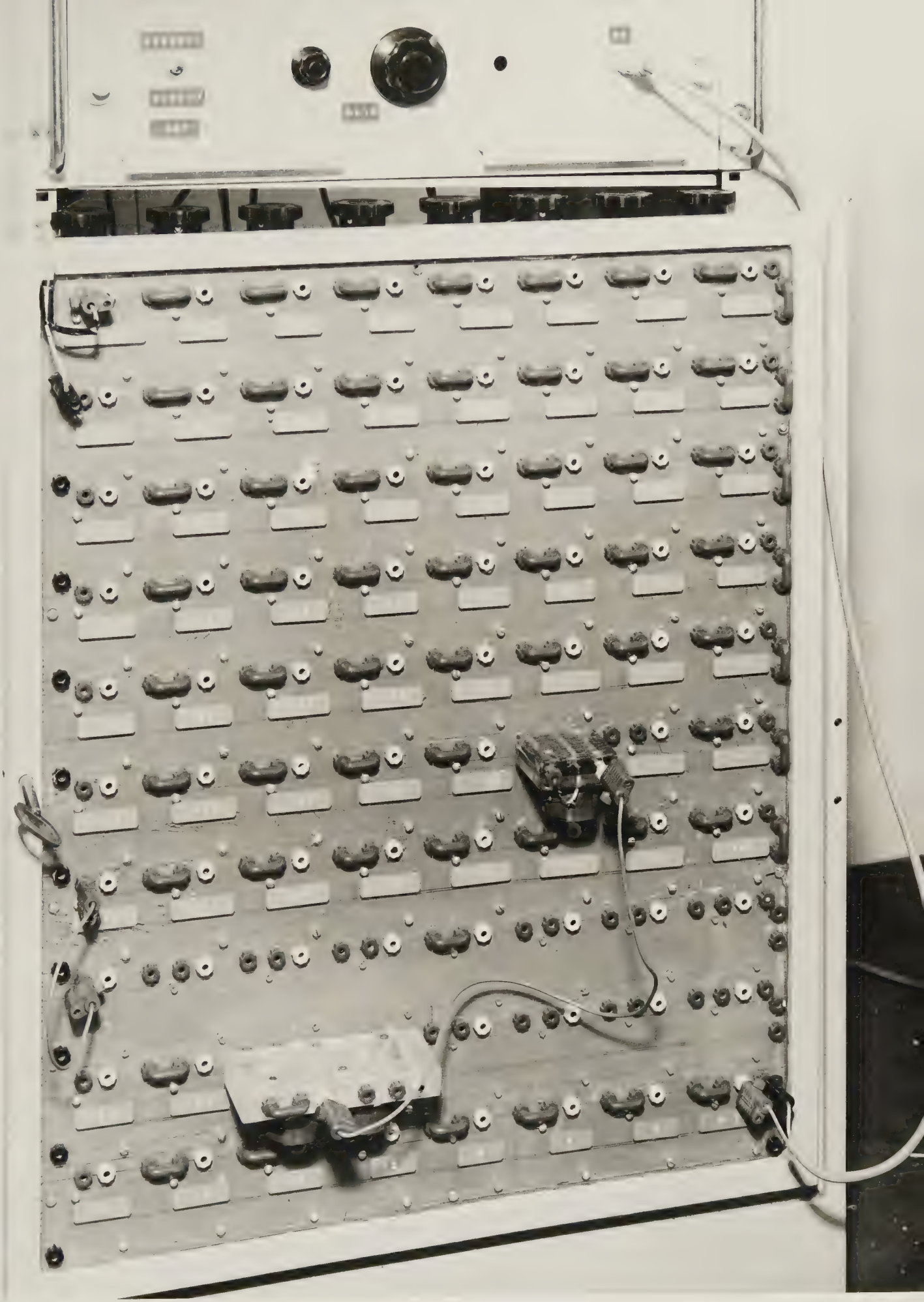
La croissance de l'amortissement jusqu'à 8 db/1000 m peut être expliquée par la perte par hystéresis dans les pots de ferrite. L'énergie totale dissipée croît lorsque la fréquence augmente.

Précision en amplitude

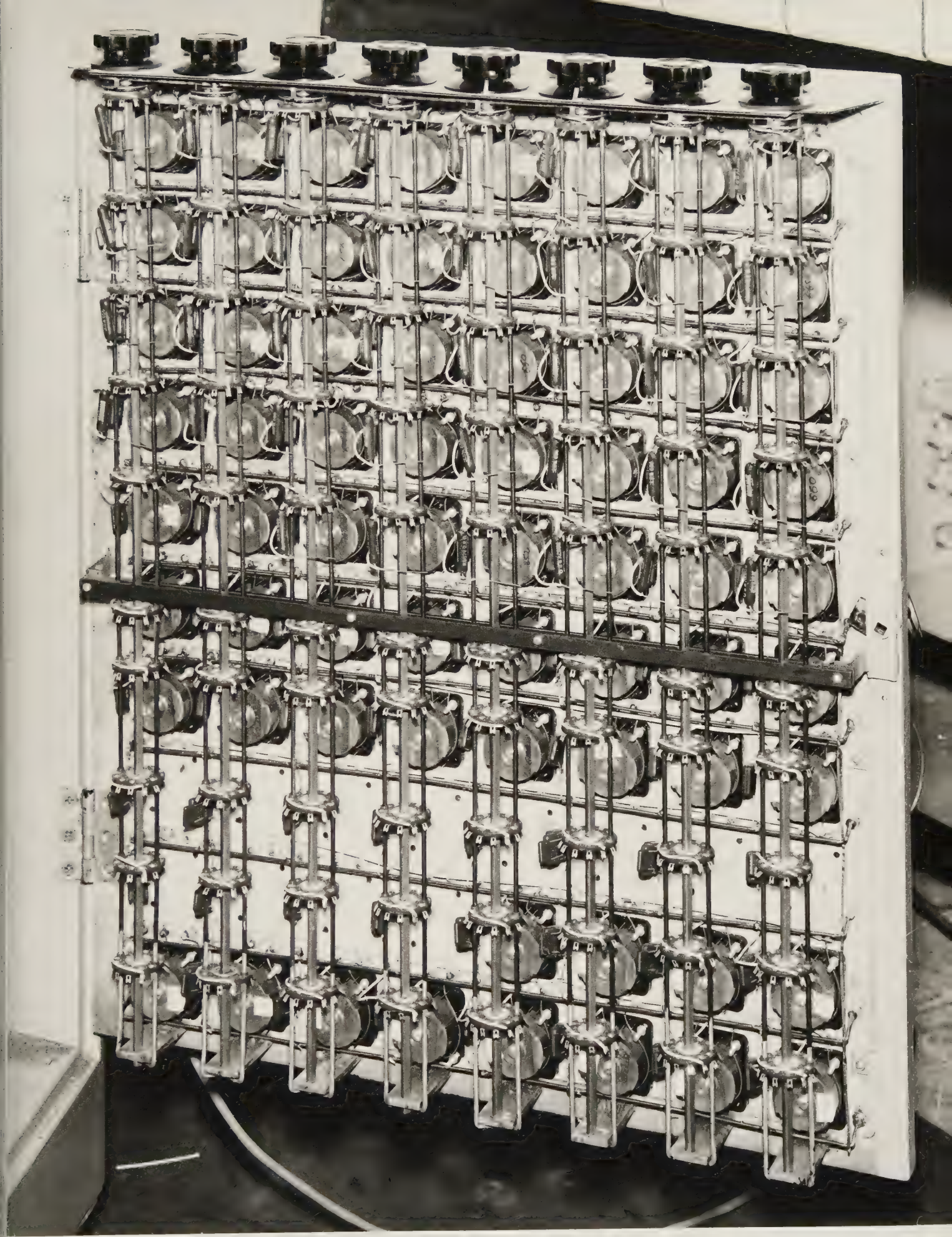
La précision entre les résultats théoriques et les relevés sur la ligne à retard sont fonctions de deux facteurs importants :

- l'amortissement dans la ligne varie avec la fréquence suivant une loi relevée expérimentalement.

Pour tenir compte de cette variation dans les calculs théoriques auxquels sont comparés les résultats mesurés, nous avons scindé la plage de fréquence étudiée (2 Hz, 100 Hz) en intervalles où l'amortissement est supposé constant.



FACE AVANT DU RESEAU ANALOGIQUE



FACE ARRIERE DU RESEAU ANALOGIQUE

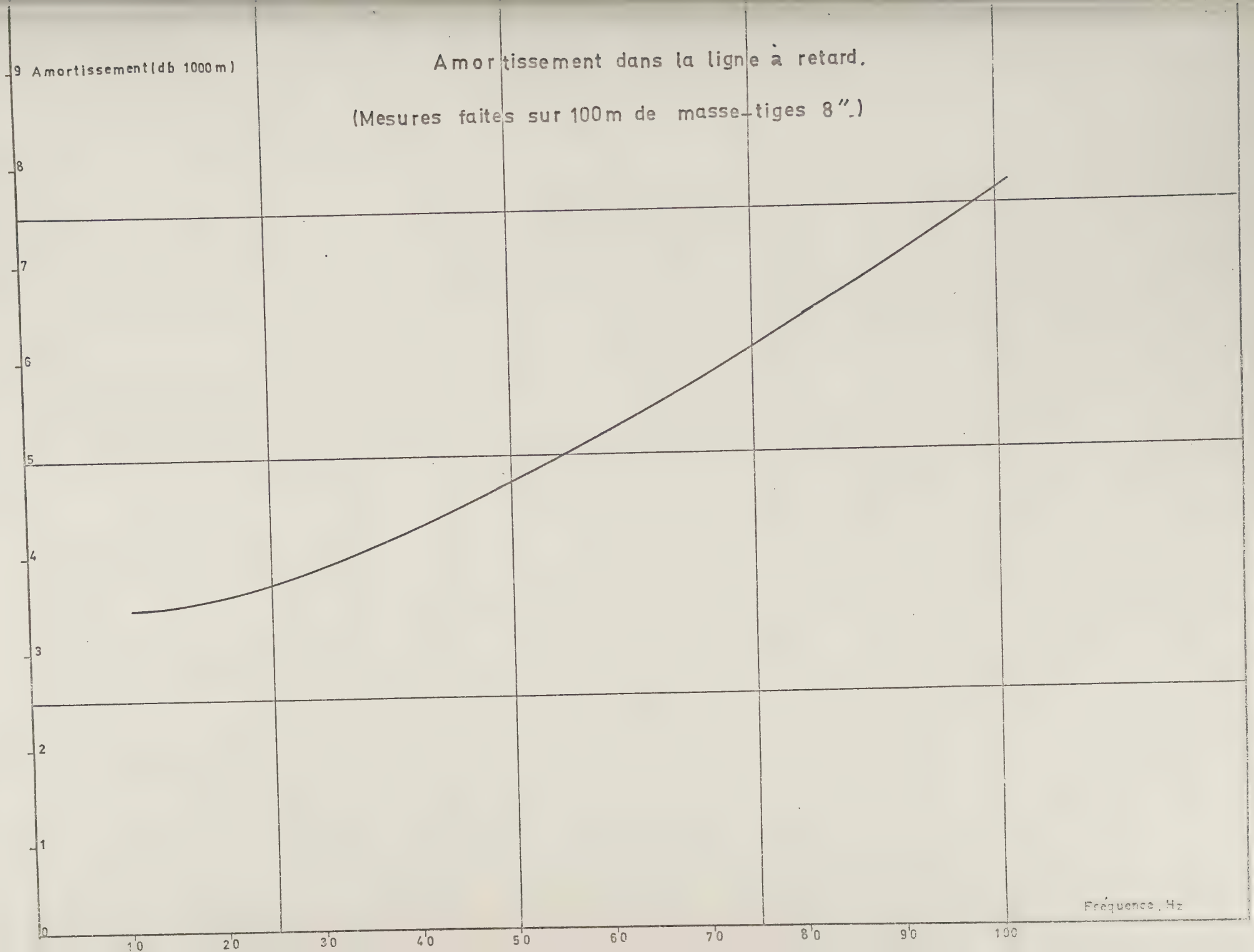

Amortissement dans la ligne à retard.
(Mesures faites sur 100 m de masse-tiges 8".)
9 Amortissement (db 1000 m)
8
7
6
5
4
3
2
1
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Fréquence, Hz

Figure 4.

- les appareils de mesure et le générateur basse fréquence dont nous disposons sont à lecture analogique. La valeur de la fréquence d'excitation qui prend une importance prépondérante dans les phénomènes à facteur de surtension élevé, ne peut être affichée à plus de 0,2 Hz près.

Les tableaux ci-joints comparent les valeurs de la fonction de transfert en force de 125 m de masse-tiges 8" mesurées sur la ligne à retard, avec les valeurs théoriques calculées.

De 10 à 20 Hz, les calculs sont faits avec un amortissement de 3 db/1000 m, de 70 à 80 Hz avec un amortissement de 6 db/1000 m.

Conditions des essais

Le réseau est alimenté par une tension constante de 100 mV. La tension de sortie est l'analogue de la fonction de transfert en force à un facteur 100 près.

Fonction de transfert en force

Masse-tiges 8" : 125 m
Amortissement : 3 db/1000 m
Impédance de charge : un dixième de l'impédance caractéristique.

Fréquence	Amplitude mesurée	Amplitude calculée	Ecart	Erreur relative
10	0,097	0,099	0,002	2 %
11	0,099	0,107	0,008	7,5
12	0,103	0,104	0,001	1
13	0,11	0,111	0,001	1
14	0,121	0,122	0,001	0,85
15	0,137	0,139	0,002	1,5
16	0,168	0,166	0,002	1,2
17	0,22	0,210	0,010	5
18	0,31	0,294	0,016	5,5
19	0,48	0,472	0,008	1,7

./...

Mêmes paramètres : impédance de charge : deux dixièmes de l'impédance caractéristique.

Fréquence	Amplitude mesurée	Amplitude calculée	Ecart	Erreur relative
10	0,196	0,198	0,002	1 %
11	0,20	0,200	0	0
12	0,206	0,207	0,001	0,5
13	0,22	0,220	0	0
14	0,241	0,240	0,001	0,4
15	0,273	0,272	0,001	0,4
16	0,320	0,319	0,001	0,4
17	0,400	0,394	0,006	1,5
18	0,515	0,514	0,001	0,2
19	0,68	0,695	0,015	2

Fonction de transfert en force

Masse-tiges 8" : 125 m

Amortissement : 6 db/1000 m

Impédance de charge : un dixième de l'impédance caractéristique.

71	0,96	0,98	0,02	2 %
72	0,97	0,100	0,03	3
73	0,1	0,103	0,03	3
74	0,106	0,110	0,04	4
75	0,116	0,121	0,05	4
76	0,131	0,137	0,06	4,5
77	0,158	0,162	0,04	2,5
78	0,200	0,204	0,04	2
79	0,288	0,278	0,10	3,6
80	0,41	0,411	0,01	0,25

./...

Mêmes conditions

Impédance de charge : deux dixièmes de l'impédance caractéristique.

Amortissement : 6 db/1000 m.

Fréquence	Amplitude mesurée	Amplitude calculée	Ecart	Erreur relative
71	0,192	0,195	0,003	1,5 %
72	0,194	0,198	0,004	2
73	0,20	0,205	0,005	2,5
74	0,212	0,217	0,005	2,5
75	0,23	0,237	0,004	1,7
76	0,254	0,266	0,012	2,2
77	0,30	0,310	0,010	3
78	0,36	0,377	0,017	4,5
79	0,463	0,479	0,014	3
80	0,591	0,614	0,025	4

Les figures 5 et 6 reprennent graphiquement ces résultats.

Remarques

La précision des résultats est moins bonne lorsqu'on impose à la ligne des surtensions importantes.

Sur la figure 6 on remarque qu'au-delà de 80 Hz environ, la fonction de transfert commence à se déformer. On atteint des fréquences limites compte tenu du maillage adopté.

./...

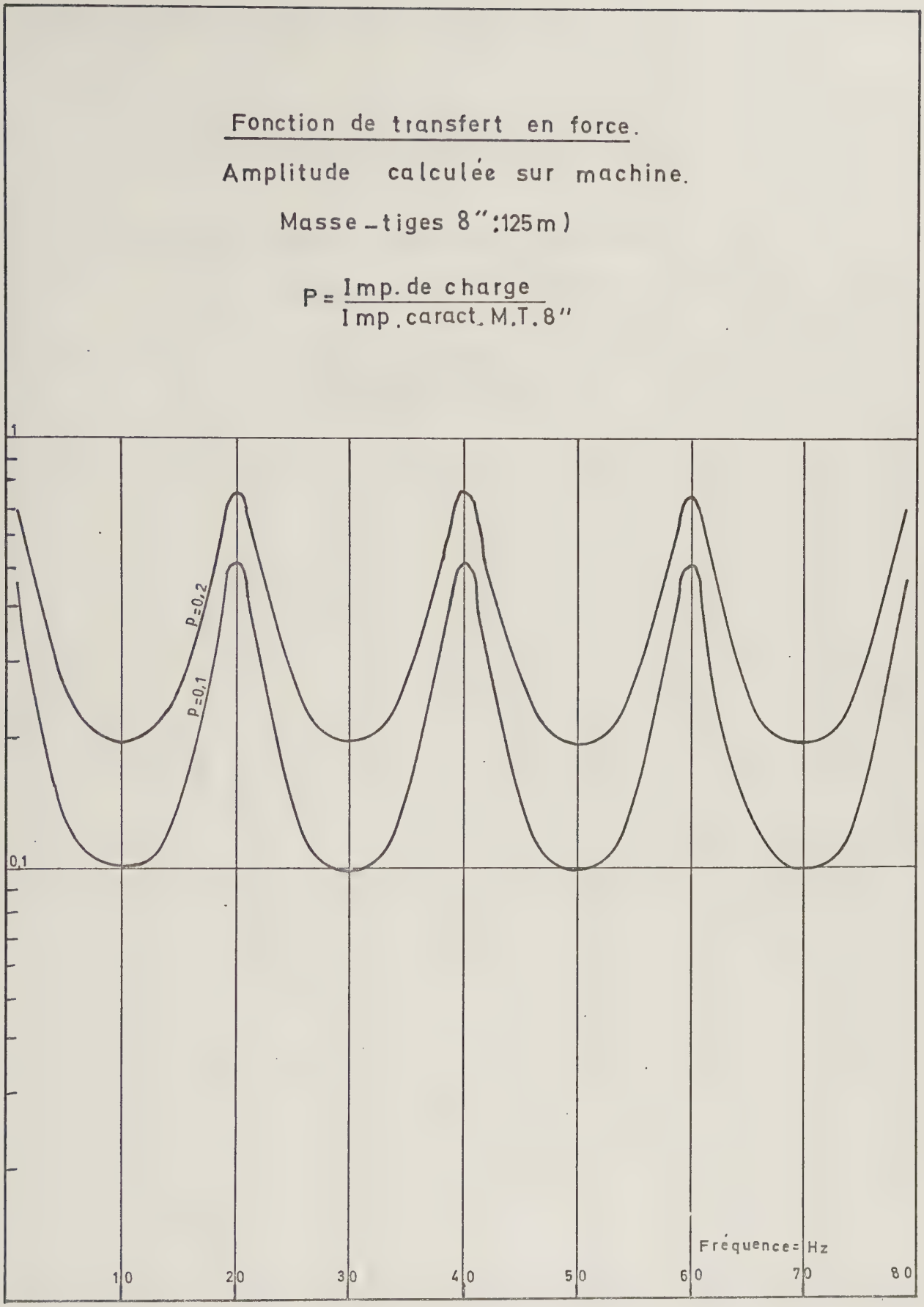

Fonction de transfert en force.
Amplitude calculée sur machine.
Masse - tiges 8" ; 125 m)
P = Imp. de charge / Imp. caract. M.T. 8"
1
0,1
P=0,2
P=0,1
Fréquence = Hz
10
20
30
40
50
60
70
80

Figure 5.

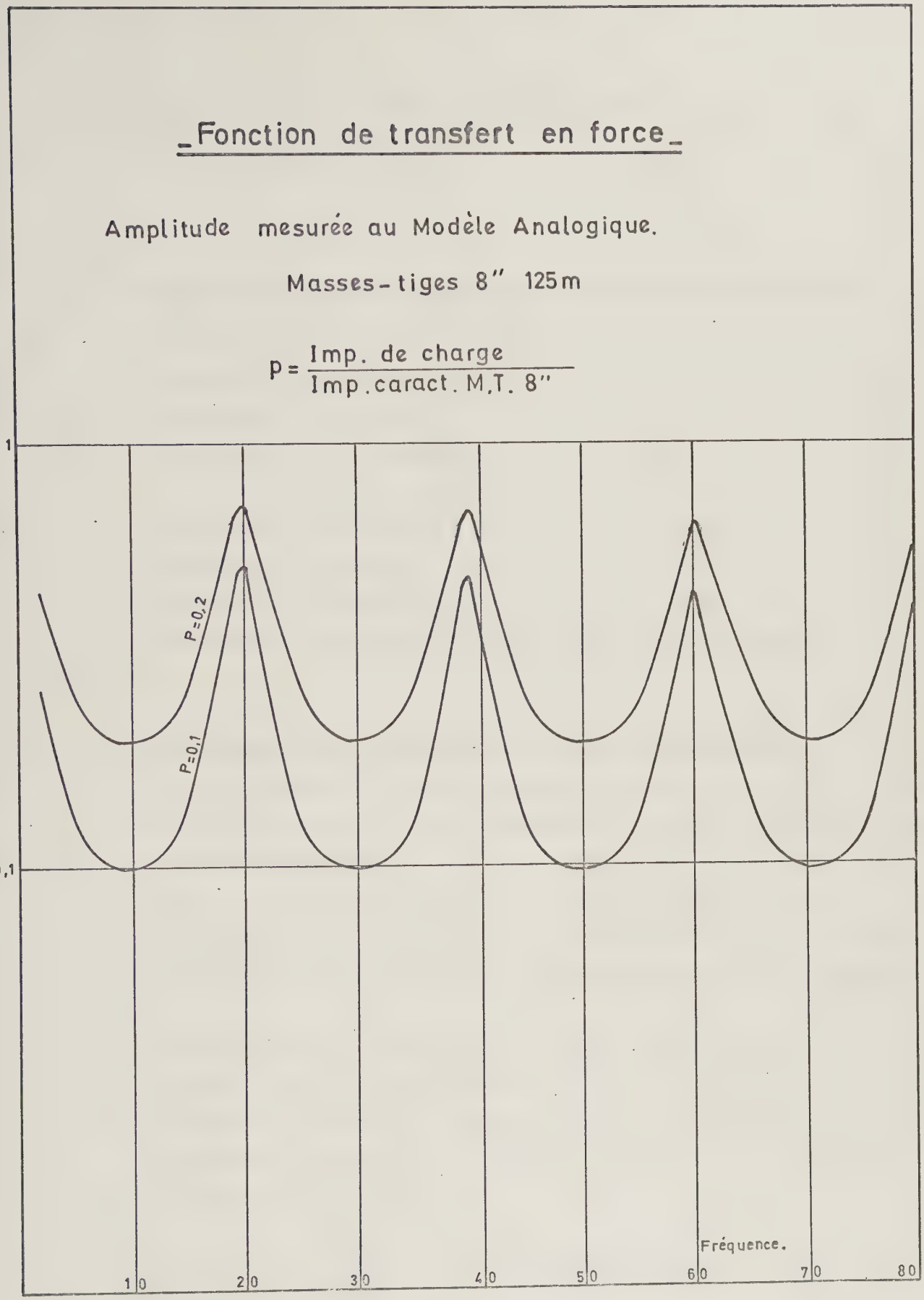

Fonction de transfert en force
Amplitude mesurée au Modèle Analogique.
Masses-tiges 8" 125m
p = Imp. de charge / Imp.caract. M.T. 8"
1
0,1
P=0,2
P=0,1
Fréquence.
10
20
30
40
50
60
70
80

Figure 6.

II - DESCRIPTION DU FONCTIONNEMENT DU MODELE ANALOGIQUE EN CALCULATEUR

1 - Alimentation du modèle analogique (excitation de la garniture)

On dispose de trois types de générateurs théoriques :

- Générateur de force,
- Générateur de vitesse,
- Générateur de déplacement.

Les analogues électriques sont :

- Générateur de tension,
- Générateur d'intensité,
- Générateur d'une intensité proportionnelle à la fréquence.

Schéma de principe - Générateurs extérieurs et intérieurs (fig. 7)

Le G.B.F. intérieur au modèle analogique, asservi à la vitesse de rotation, ou un G.B.F. extérieur alimente trois types de montage, suivant la commutation choisie.

- un adaptateur de puissance délivrant une tension constante,
- un générateur de courant débitant un courant d'intensité constante,
- un générateur fournissant un courant proportionnel à la fréquence.

Pour exciter ces montages par un G.B.F. extérieur au MA, on place le commutateur "GBF" sur la position "Ext". Si on désire utiliser les échelles de tension et de courant indiquées sur les deux commutateurs "générateurs" de la plaque avant, il est indispensable de régler l'amplitude de sortie de ce G.B.F. à 500 mV eff.

Pour utiliser le G.B.F. intérieur dont la fréquence est asservie à un multiple de la fréquence de rotation (3 N ou 20 N), on commute sur "G.B.F. int". Ce dernier G.B.F. est lui-même préréglé à 500 mV EFF de sortie.

a) Générateur de force (fig. 8)

Le G.B.F. fournissant une tension constante, alimente un adapteur d'impédance qui délivre la puissance nécessaire à l'alimentation du réseau, sous tension constante. Un diviseur de tension placé devant l'adaptateur, permet de disposer de 5 échelles de tension. Seul, le commutateur de gauche, "générateurs" placé sur la plaque avant du rack n° 2, est à utiliser en générateur de force. L'amplitude est lue directement sur la moitié gauche de la graduation.

L'étalonnage a été fait pour une tension de sortie de G.B.F. égale à 500 mV eff. Si le G.B.F. est réglé à 1 V eff., la graduation est à multiplier par deux. Au-delà de 1 V eff., l'adaptateur sature.

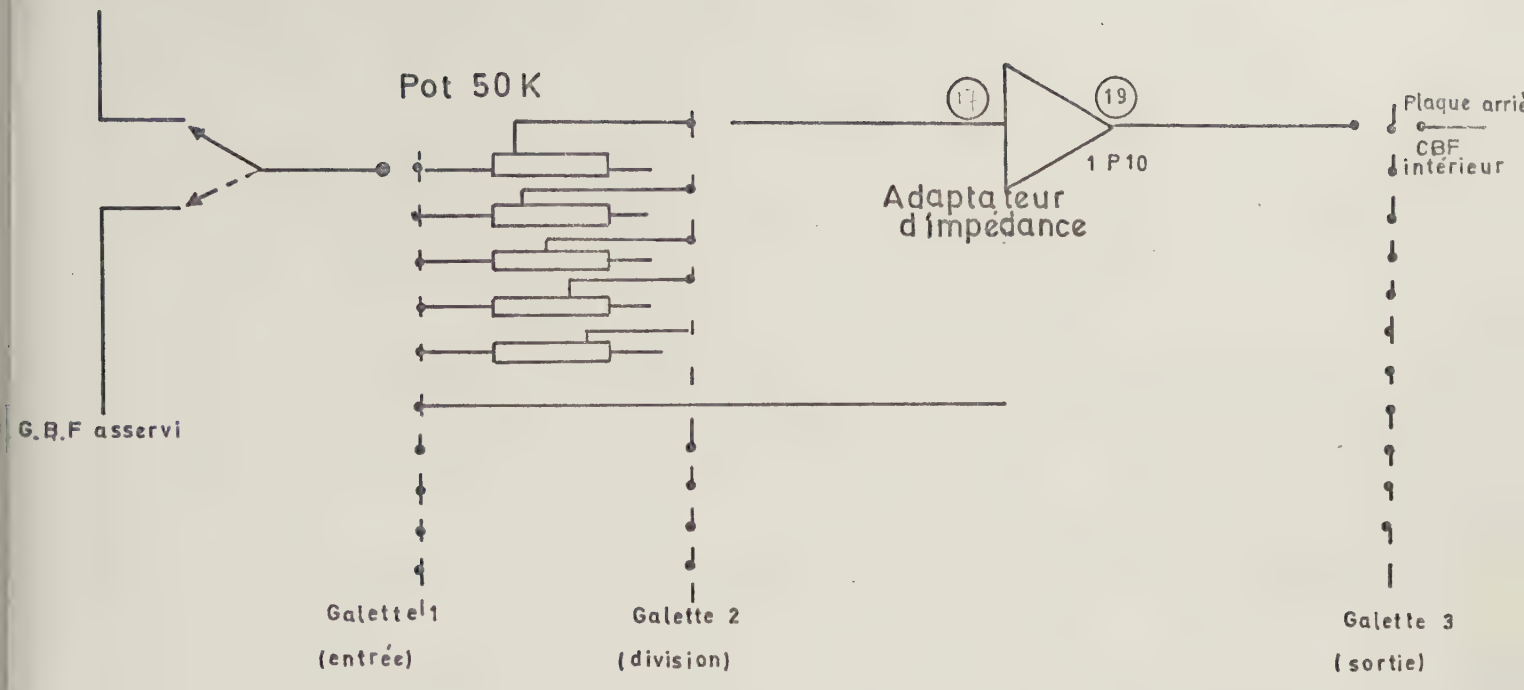
Les échelles préréglées sont :

- 10 mV eff.
- 20 mV eff.
- 50 mV eff.
- 200 mV eff.

Le schéma électronique de l'adaptateur est donné au paragraphe "chaîne de mesure".

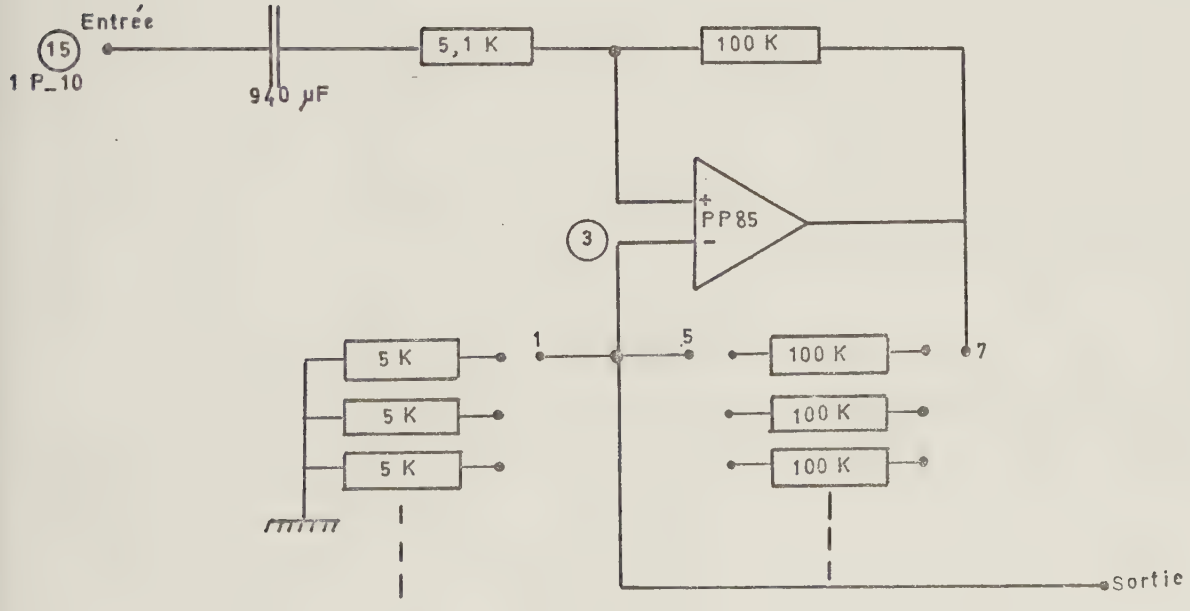
b) Générateur de vitesse

Le G.B.F. alimente un générateur de courant qui débite dans le modèle analogique un courant constant. Le schéma de principe est donné fig. 9. Le fonctionnement en est le suivant : un appel de courant dû à une variation de l'impédance de charge crée une chute de potentiel dans le diviseur formé par les résistances R_2 et aR_2. La contre réaction positive crée une tension différentielle à l'entrée de l'amplificateur. Celui-



Générateur de Force

(Generateur de tension constante)



Générateur de vitesse

(Générateur d'intensité constante)

Fig:9

ci corrige sa tension de sortie pour annuler cette tension différentielle.

Le potentiomètre aR_1 permet d'adapter l'échelle à une tension d'entrée en faisant varier la contre réaction négative. Il est réglé et ne doit plus être modifié.

La capacité d'entrée élimine une composante continue éventuelle.

- Gammes - réglages

Pour une tension d'entrée donnée, l'intensité débitée en sortie est fixée par les résistances R_2 et aR_2. Dix résistances R_2 et aR_2 sont commutables par le commutateur de droite "générateurs", pour permettre de disposer en sortie de dix valeurs de courants : 10 A, 20, 30 ... 100 A.

La graduation indiquée sur la plaque avant, a été établie pour une tension d'excitation du Générateur de courant de 500 mV eff. Dans les plages de non saturation, le courant dans la charge est proportionnel à la tension d'entrée, donc, si on alimente sous IV eff., par exemple, la graduation en courant est à multiplier par deux.

- Saturation - débit maximum

Pour éviter la saturation de l'ampli, l'intensité débitée choisie, doit avoir une valeur telle que la tension en sortie soit inférieure à 200 mV.
Le courant maximum débité par l'ampli est de 2 mA.

2 - Impédances de charge du modèle analogique

Nous avons vu que l'impédance d'entrée des tiges 5" a pour expression :

$$Z_1 = Z_{c\ 5"} \quad \frac{\rho \operatorname{ch} \gamma 1 + \operatorname{ch} \gamma 1}{\operatorname{ch} \gamma 1 + \rho \operatorname{sh} \gamma 1}$$

Une simplification importante apparaît à une profondeur suffisante (supérieure à 1500 m) et pour un amortissement de l'ordre de 6 db/1000 m : les valeurs numériques de ch 1 et sh 1 sont égales à 2 % près et la formule de l'impédance d'entrée des tiges 5" devient :

$$Z_1 \underset{\sim}{\sim} Z_{c\ 5"}$$

Cette égalité signifie que l'impédance vue par les masse-tiges 8" est : constante, réelle, indépendantes de la fréquence.

L'analogue électrique d'une telle impédance est une résistance pure.

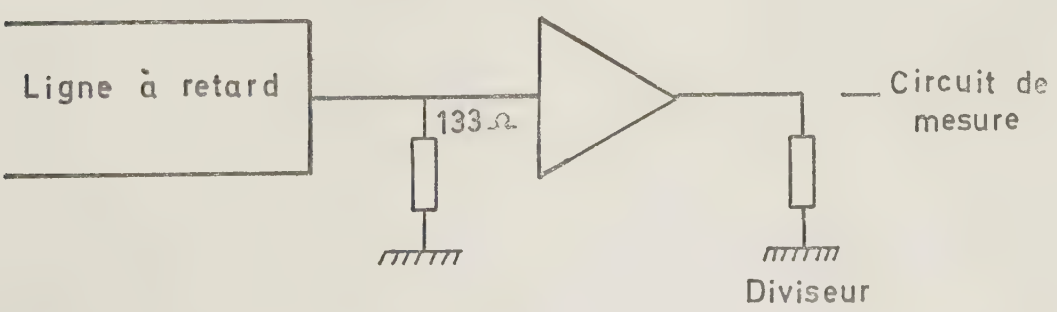
Le modèle analogique est prévu pour fonctionner dans les conditions citées qui permettent l'approximation : $Z_1 = Z_{c\ 5"}$.

La ligne à retard simulant les masse-tiges 10" et 8" sera donc chargée sur une résistance pure R telle que :

$$R = \frac{(Z_c)\ 5"}{} = 133$$

Pour simuler l'amortissement dans les tiges 5", un potentiomètre monté en division atténue la tension de sortie de la ligne à retard.

La tension alternative en sortie du diviseur (force à l'entrée des tiges 5") est envoyée sur un circuit de mesure qui délivre aux bornes "F. derrick" (Rack II) une tension continue proportionnelle. Le schéma de principe de ce montage est le suivant :



./...

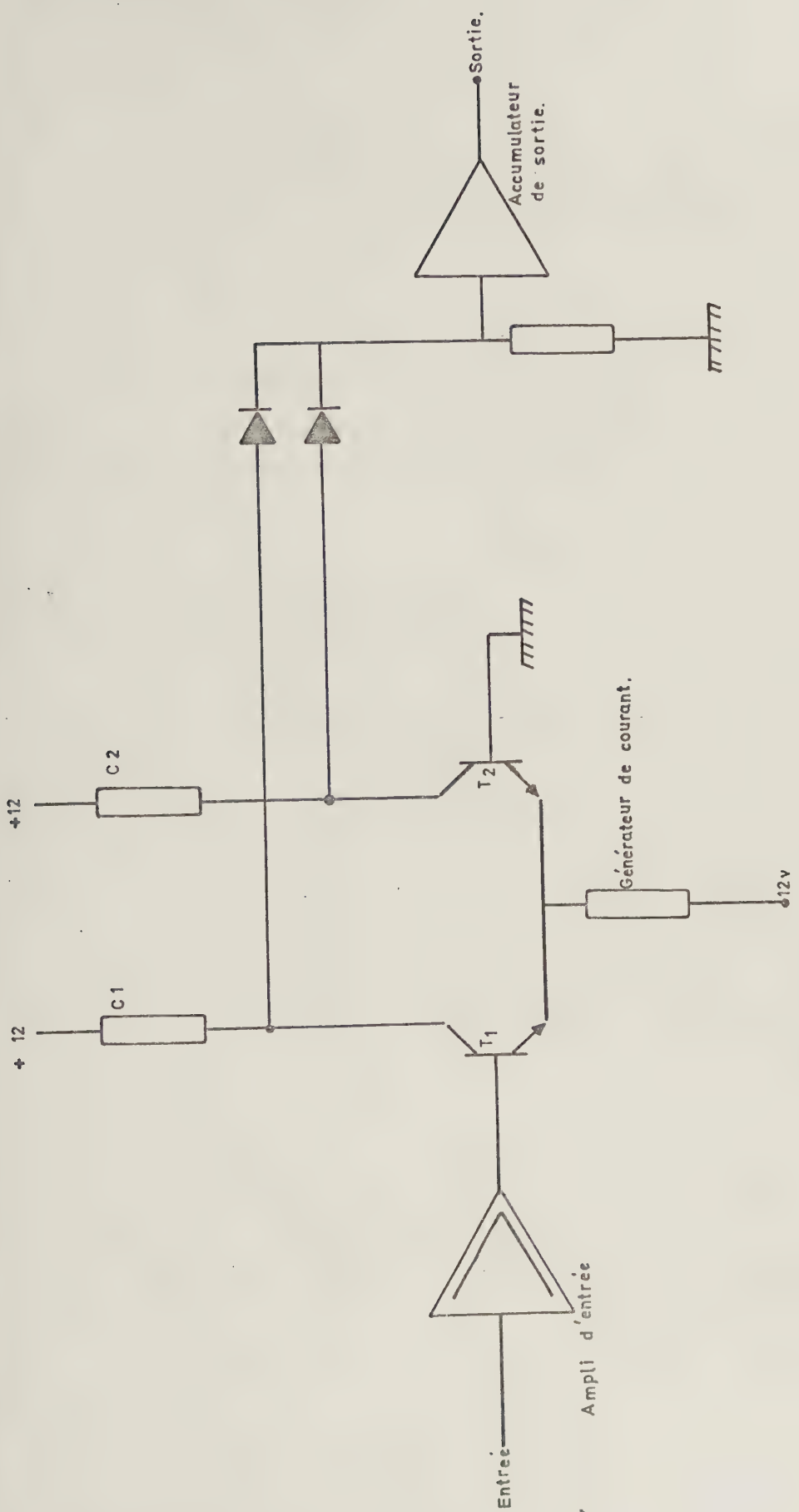


Fig:11 Redresseur double alternance
Schéma de principe

D'autre part, pour faciliter l'étude du comportement dynamique de la ligne à retard, on a la possibilité de remplacer la résistance de 133 , analogue des tiges 5", par toute autre impédance de charge.

Dans ce cas, la charge extérieure est branchée aux bornes "charge extérieure" (Rack n° 2). Le commutateur "Charge" est placé en position "Ext." ce qui relie directement la sortie du modèle aux bornes "Charges Extérieures" et envoir la tension prise aux bornes de cette charge sur le circuit de mesure délivrant aux bornes "F. Derrick" la tension alternative redressée.

3 - Circuits de mesure

a) Redressement

Pour comparer les tensions alternatives ou pour les mesurer, il est indispensable de disposer d'un circuit de redressement délivrant une tension continue proportionnelle à la tension alternative d'entrée. Tous les circuits de mesure et de comparaison du MA sont donc du même type :

- un ampli d'entrée qui présente l'impédance élevée indispensable et amplifie les tensions faibles du MA,
- un redresseur double alternance,
- un adaptateur qui fournit la puissance de sortie nécessaire.

./...

b) L'amplificateur

Le schéma est donné ci-joint. Il comprend deux étages à liaison directe. Il est donc important que le MA soit alimenté sans composante continue.

- Redresseur double alternance

Le redresseur est formé de deux transistors appairés BCY 55 normalement saturés par le courant imposé par un générateur de courant placé dans leur circuit collecteur émetteur (fig. 11).

Une tension d'entrée positive "dessature" le transistor T_1, le courant débité diminue et la tension aux bornes de la charge C_1 augmente. Si la tension d'entrée devient négative, le transistor T_1 reste saturé, le courant émetteur de ce transistor augmente et par conséquent, celui du transistor T_2 diminue. Il se dessature à son tour et la tension aux bornes de la charge C_2 augmente. Donc, une alternance positive et négative à l'entrée est transformée en deux alternances positives en sortie.

Afin d'adapter les impédances, un adaptateur est intercalé entre l'ampli d'entrée et le redresseur.

Le potentiomètre P_1 permet d'annuler toute composante continue. Le potentiomètre P_2 équilibre la distribution de courant entre les deux transistors. Enfin, le circuit est bouclé sur une cellule de filtrage pour lisser le redressement double alternance.

- Adaptateur de sortie

Il est du type emitter-follower. Le schéma est donné à la fin du chapitre.

./...

- Mesures de l'intensité

Une résistance de quelques ohms est placée en série dans le circuit. La chute de tension v créée est amplifiée par un amplificateur différentiel à gain élevé. La tension amplifiée est ensuite redressée par un circuit redresseur du type précédent.

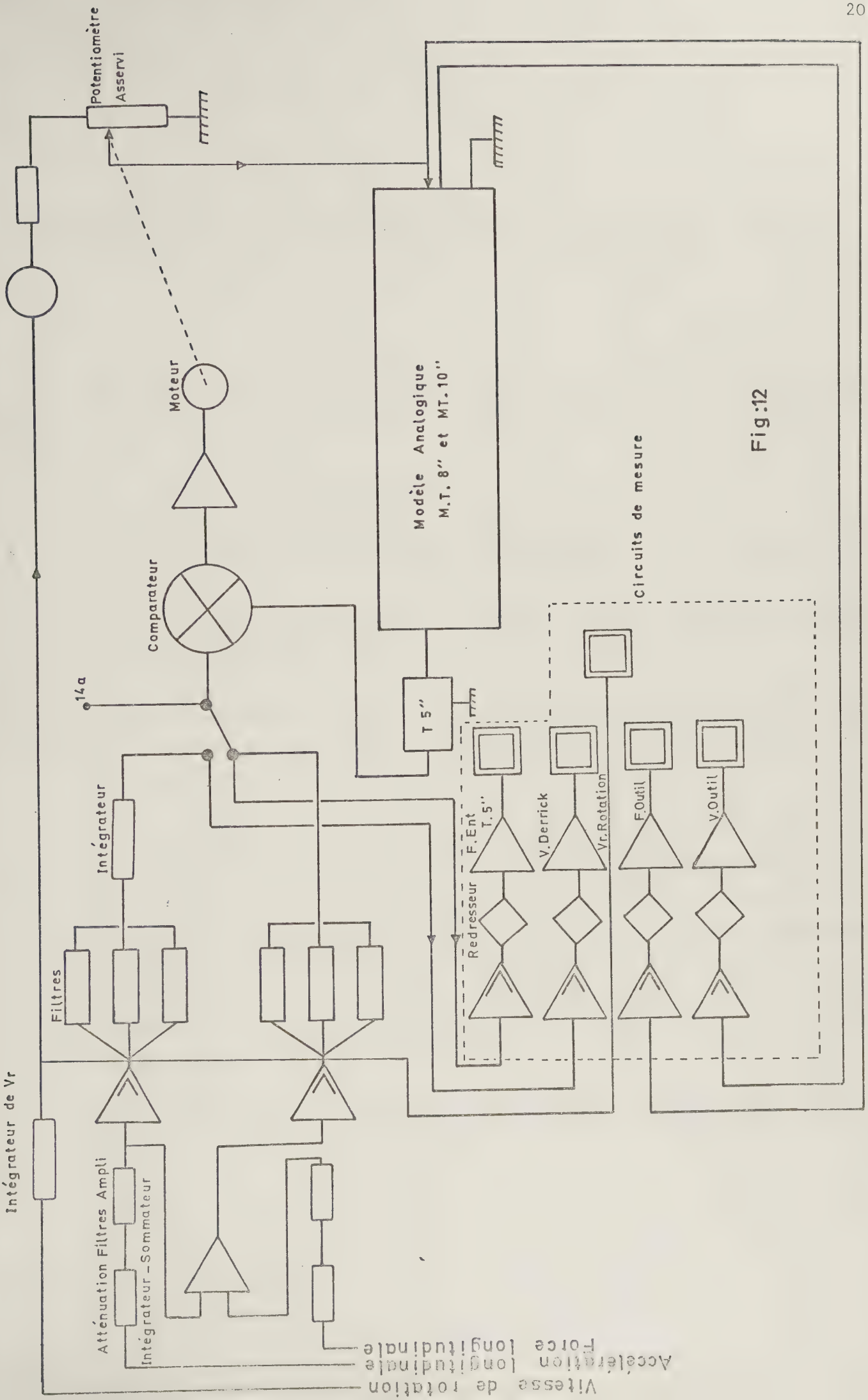

Potentiomètre Asservi
Moteur
Comparateur
Modèle Analogique M.T. 8'' et MT.10''
Circuits de mesure
14a
T 5''
F.Ent T.5''
V.Derrick
Vr.Rotation
F.Outil
V.Outil
Redresseur
Intégrateur
Filtres
Intégrateur de Vr
Atténuation Filtres Ampli
Intégrateur-Sommateur
Vitesse de rotation
Accélération longitudinale
Force longitudinale

Fig:12

III - FONCTIONNEMENT DU SIMULATEUR EN TRAITEMENT DES SIGNAUX MESURES EN SURFACE

Une boucle d'asservissement régulant l'excitation de la ligne au signal détecté en surface, permet d'utiliser le modèle analogique au calcul du régime vibratoire sur l'outil.

Deux solutions s'offraient à nous pour effectuer cette régulation :

- asservir l'excitation de la ligne au niveau global de tension détectée en surface,
- asservir l'amplitude d'un signal sinusoïdale dont la fréquence est caractéristique du spectre d'excitation du tricône.

La plage de fréquences balayées par les excitations caractéristiques de l'outil s'étend de 0 à 100 Hz pour les vitesses de rotation de la garniture les plus courantes.

Ceci signifie que dans le premier mode de fonctionnement de l'asservissement, il serait nécessaire d'utiliser une chaîne de régulation capable de suivre un signal jusqu'à 100 Hz. Cette condition élimine toute chaîne mécanique classique à moteur et potentiomètre asservi : les performances de ces dispositifs même très élaborés dépassent rarement 10 Hz.

Il faut avoir recours à une régulation purement électronique dont la réalisation pratique est difficile.

D'autre part, la réalisation de l'asservissement pose le problème de la stabilité.

Dans le cas d'un asservissement à retour unitaire, la fonction de transfert en boucle ouverte est égale à la fonction de transfert du système de commande K G (ω).

L'asservissement du simulateur comporte une boucle de retour non unitaire puisque le détecteur d'écart ne reçoit pas directement la tension de sortie, mais le produit de la tension de sortie par la fonction de transfert de la ligne à retard. Autrement dit, le système de commande est excité par :

$$\mathcal{E}(\ ) = E(p) - S(p) \times F(p)$$

(p) est la transformée de LAPLACE de la tension d'erreur, E (p) et S (p) sont les transformées des tensions d'entrée et de sortie.

Dans ces conditions :

$$S(p) = K\,G(p)\quad E(p) - F(p)\,S(p)$$

d'où la fonction de transfert du système en boucle fermée.

$$H(p) = \frac{K\,G(p)}{1 + K\,G(p)\,.\,F(p)}$$

Donc, la fonction de transfert caractérisant complétement la stabilité du système est le produit K G (p) . F (p) de toutes les fonctions de transfert de la boucle.

Remarque

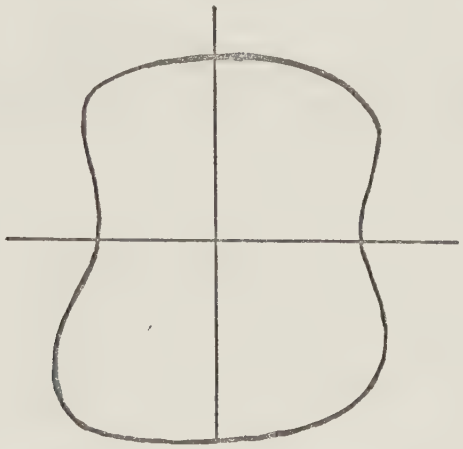
On notera ici qu'un asservissement à retour non unitaire est équivalent à un asservissement à retour unitaire, placé en cascade avec une fonction de transfert $\frac{1}{F(p)}$. Ceci découle directement de la formule :

$$H(P) = \frac{K\,G(P)}{1 + K\,G(P)\,F(P)}$$

Donc, si l'asservissement est idéal, (temps de réponse nul), la fonction de transfert de l'ensemble est $\frac{1}{F(p)}$. Cette remarque montre que le simulateur muni d'une boucle de retour, applique sur le signal d'entrée (analogue de la force au niveau du derrick) l'inverse de la fonction de transfert en tension de la ligne à retard (analogue de la fonction de transfert en force de la garniture). Le signal de sortie est bien l'analogue de la force sur l'outil.

La limite de stabilité de l'asservissement est obtenue à la fréquence où la fonction de transfert en boucle ouverte coupe la partie négative de l'axe réel.

La fonction F (p) dans le diagramme de Nyquist a l'allure de la figure ci-dessous.



La graduation en fréquence de la fonction est indiquée sur la figure. Au voisinage du point critique, la fréquence est égale à $\frac{a}{21}$.

Il s'ensuit que la présence de la fonction F (p) dans le produit K.F. (p). G (p) interdit pratiquement à l'asservissement de fonctionner au-delà de $f = \frac{a}{21}$ sous peine d'oscillations.

Pour les longueurs de masse-tiges couramment utilisées en forage, toujours supérieures à 125 m, la fréquence maximum de fonctionnement est donc inférieure à 25 Hz.

Cette limitation en fréquence exclut l'asservissement sur le niveau global de tension.

Le simulateur actuel a donc été construit selon le deuxième principe : un générateur asservi en fréquence, engendre un signal sinusoïdal dont la fréquence est caractéristique dans le spectre d'excitation du tricône. L'amplitude de cette sinusoïde est comparée à l'amplitude du signal de même fréquence détecté en surface.

Le critère de stabilité cité précédemment interdit théoriquement à l'amplitude du signal étudié, de varier à une fréquence supérieure à 25 Hz. En fait, compte tenu de l'inertie des éléments mécaniques, moteur et potentiomètre asservi, la fréquence maximum de poursuite est de 1 à 2 hertz.

Ce temps de réponse est largement suffisant pour les phénomènes étudiés.

Ce type d'asservissement impose, par contre, un ensemble de circuits tirant du signal complet mesurés en surface, la fréquence sinusoïdale étudiée au simulateur.

Simulation du transfert dans les tiges 5"

Nous avons vu, lors de l'étude du transfert en force et en vitesse dans les tiges 5" que la fonction de transfert classique, de la forme :

$$\frac{FD}{F3} = \frac{1}{\text{ch}\,\gamma\,1 + \frac{1}{p}\,\text{sh}\,\gamma\,1}$$

avec F_D : force au niveau du derrick

F_3 : force à l'entrée des tiges 5"

p : $\dfrac{\text{impédance de charge}}{\text{impédance caractéristique de la barre}}$

se réduit en :

$$\frac{FD}{F3} = \frac{1}{\text{ch}\,\alpha\,1\,\left(\frac{1}{1 + \frac{Z_c}{Z_D}}\right)}$$

./...

Cette formule peut également s'écrire :

$$F_3 = (ch \propto 1) \quad (F_D + Z_{C\ 5"}\ V_D)$$

Cette expression montre que pour calculer l'amplitude de la force à l'entrée des tiges 5", il suffira d'appliquer sur les signaux de surface F_D et V_D, l'opération :

$$ch \propto 1\ (F_D + Z_{C\ 5"}\ V_D)$$

Cette opération s'effectue simplement par une méthode analogique directe, c'est pourquoi nous l'avons utilisée. Elle a l'avantage de fournir un signal dont l'amplitude est indépendante de la réponse dynamique du derrick. Elle évite également une représentation analogique du comportement vibratoire du derrick, très délicate à réaliser avec précision.

Description générale :

Le schéma de principe de ce montage est donné fig. 12.

Il comprend essentiellement quatre parties :

1 - deux ensembles identiques traitant les signaux dynamiques enregistrés en haut de la tige carrée, mesurant les variations de la force ou de l'accélération. Chaque ensemble comprend :
   - diviseur et un amplificateur qui permettent d'adapter les échelles,
   - une série de traitement de l'accélération comprend en outre un intégrateur permettant de passer de l'accélération à la vitesse,
   - un sommateur intégrateur ramenant le signal de surface à l'entrée des tiges 5".

2 - un ensemble de comparaison comparant l'amplitude du signal précédent à l'amplitude de la tension ou de l'intensité à l'entrée des tiges 5 sur le MA. De cette comparaison résulte une tension d'erreur (fig. 12).

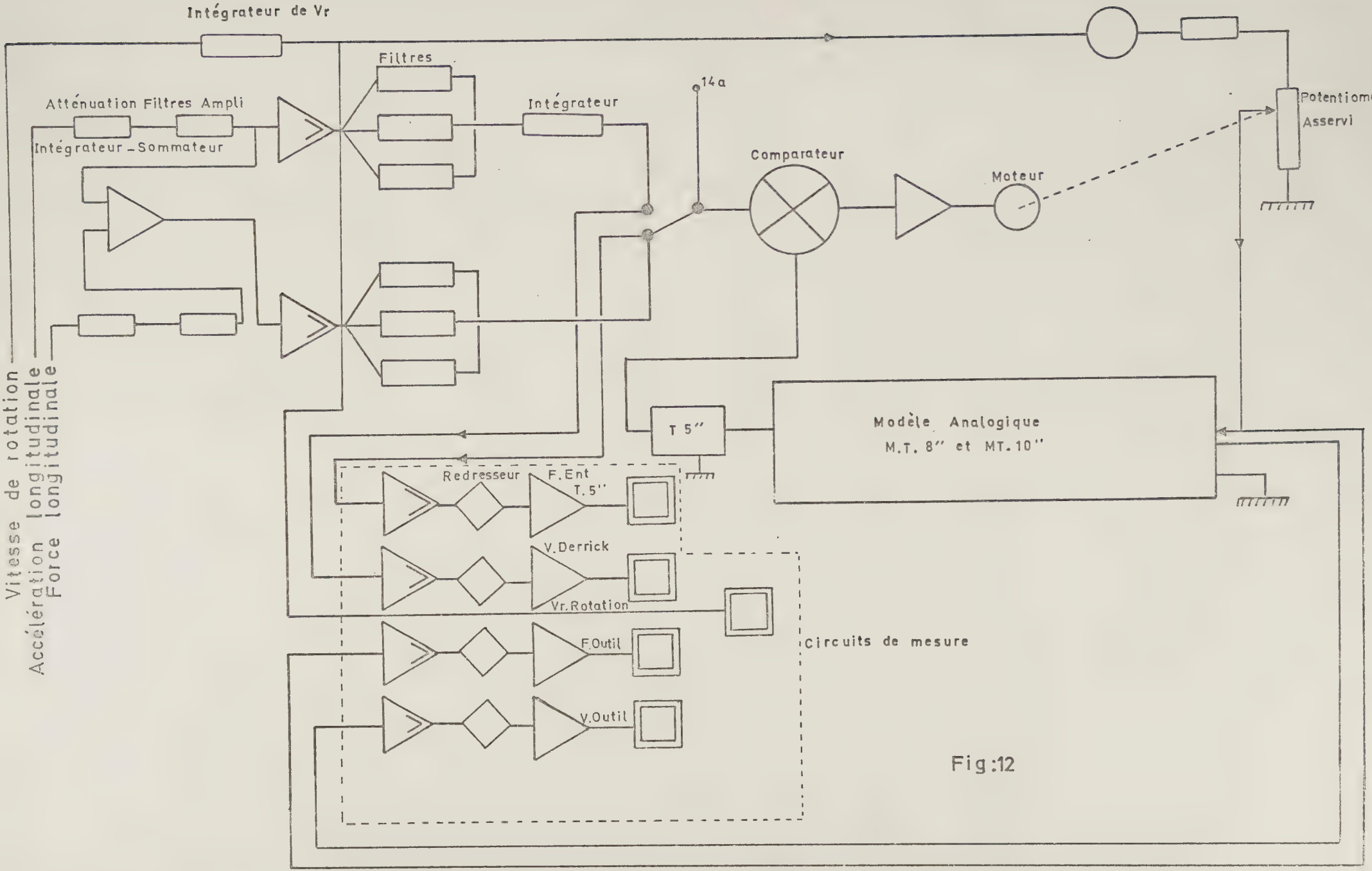

Intégrateur de Vr
Filtres
Atténuation Filtres Ampli
Intégrateur - Sommateur
Intégrateur
14a
Comparateur
Moteur
Potentiomètre Asservi
Vitesse de rotation
Accélération longitudinale
Force longitudinale
T 5"
Modèle Analogique
M.T. 8" et MT. 10"
Redresseur
F. Ent T. 5"
V. Derrick
Vr. Rotation
F. Outil
V. Outil
Circuits de mesure

Fig :12

3 - Un servo-moteur et un potentiomètre asservi, commandés par cette tension d'erreur. Le point mobile du potentiomètre alimente le M.A.. Un dispositif placé en série dans la branche d'alimentation permet de mesurer l'intensité débitée (analogue électrique de la vitesse sur l'outil).

4 - Un ensemble de circuit comprenant :

a) un intégrateur qui délivre une tension continue proportionnelle à la vitesse de rotation. Cette tension continue commande la commutation du signal mesurée sur la tige carrée, sur le filtre approprié.

b) un générateur basse fréquence qui alimente le potentiomètre asservi et dont la fréquence est elle-même asservie à un multiple de la fréquence de rotation (20 N ou 3 N).

Les paragraphes qui suivent reprennent en détail la description et le fonctionnement de chacune des quatre parties décrites ci-dessus.

A - Traitement du signal d'entrée

1 - Atténuation d'entrée,
2 - Filtre passe bas,
3 - Ampli d'entrée,
4 - Commutation - Trigger de Schmidt,
5 - Filtres actifs. Câblages,
6 - Intégrateur.

1 - Atténuation d'entrée

Le signal des mesures en surface est introduit sur la plaque arrière du rack 1 aux bornes "Entrée". Il est connecté à une série de potentiomètres de 5 K montés en diviseur de tension sur la plaque avant. (Commutateur "Att. Entrée).

Les rapports d'atténuation disponibles sont 1; 1/2; 1/5; 1/10.

2 - Filtre passif

Après atténuation, le signal attaque deux filtres passifs, passe bas, montés en série. Le schéma de chacun d'eux est donné figures 13 et 14, la courbe d'atténuation globale, figures 15 et 16.

3 - Amplificateur

Le schéma de l'ampli est donné. Le gain est réglé une fois pour toutes à une valeur supérieure à 100. La résistance de charge du deuxième étage est formée par des potentiomètres de 47 K montés sur le commutateur de la plaque avant "Ampli. Entrée". Les différentes échelles indiquées sur la plaque avant sont obtenues en divisant la tension de sortie.

Les gains sont les suivants : x 2 - x 5 - x 10.

4 - Trigger de Schmidt - commutation

Le signal à la sortie de l'ampli est commuté par des relais sur un filtre passe bande dont la bande contient la fréquence intéressante multiple de la vitesse de rotation : (3 N ou 20 N).

La plage de variation de la vitesse de rotation a été découpée en trois domaines :

- de 60 à 100 t/mn
- de 100 à 155 t/mn
- de 155 à 240 t/mn

qui correspondent à trois bandes de fréquence pour le 3 N :

- de 60 à 100 t/mn ..... 3 à 5 Hz
- de 100 à 155 t/mn 5 à 8,5 Hz
- de 155 à 240 t/mn 8,5 à 12 Hz

Fonctionnement du détecteur de seuil

La commutation est commandée par un niveau continu proportionnel à la vitesse de rotation. Ce niveau attaque trois triggers de Schmidt.

./...

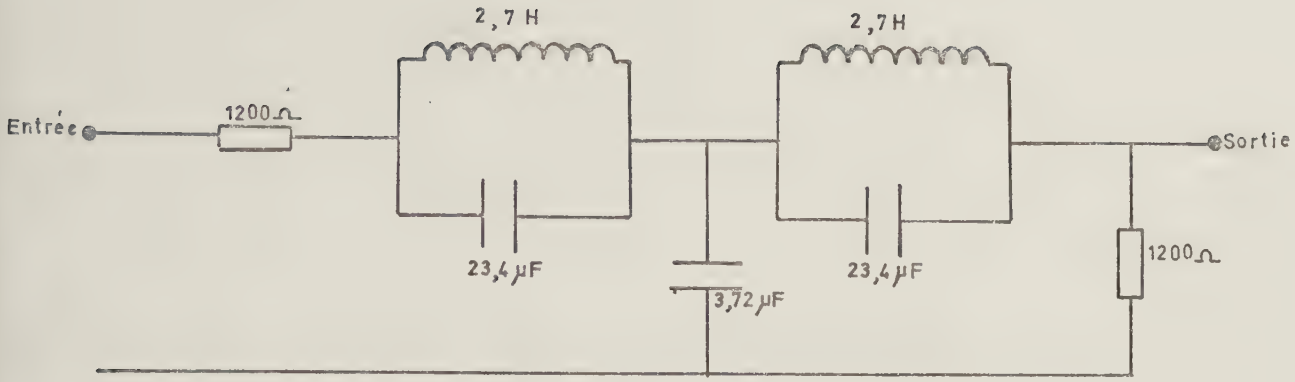


_Fig:13_Filtre passe bas type M_

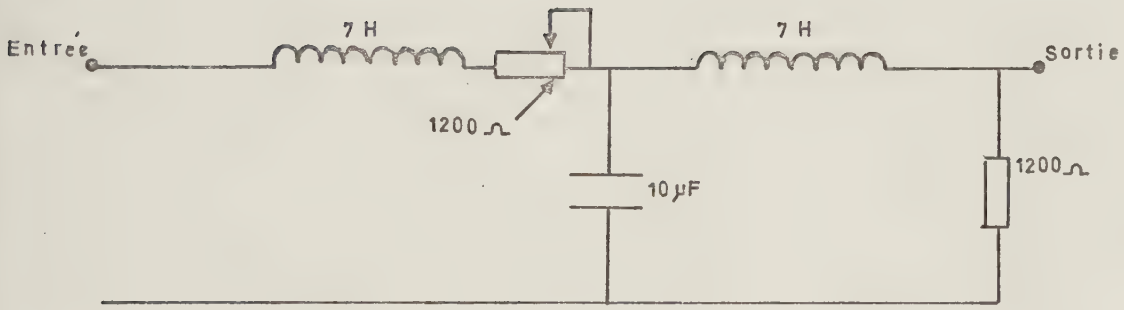


_Fig:14_Filtre passe bas type K_

REPONSE DU FILTRE PASSE BAS TYPE M

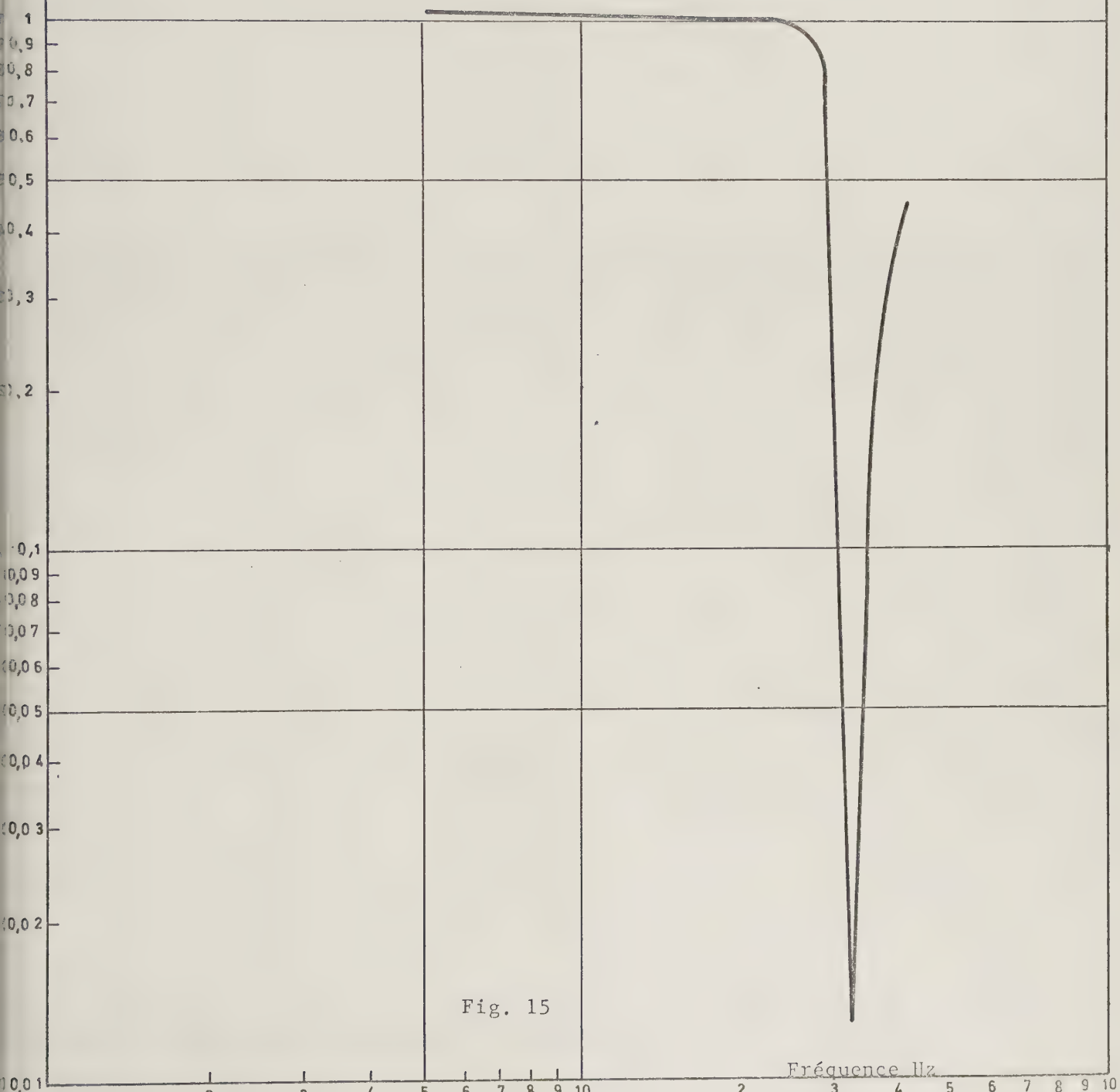


Fig. 15

Réponse du filtre passe bas type K

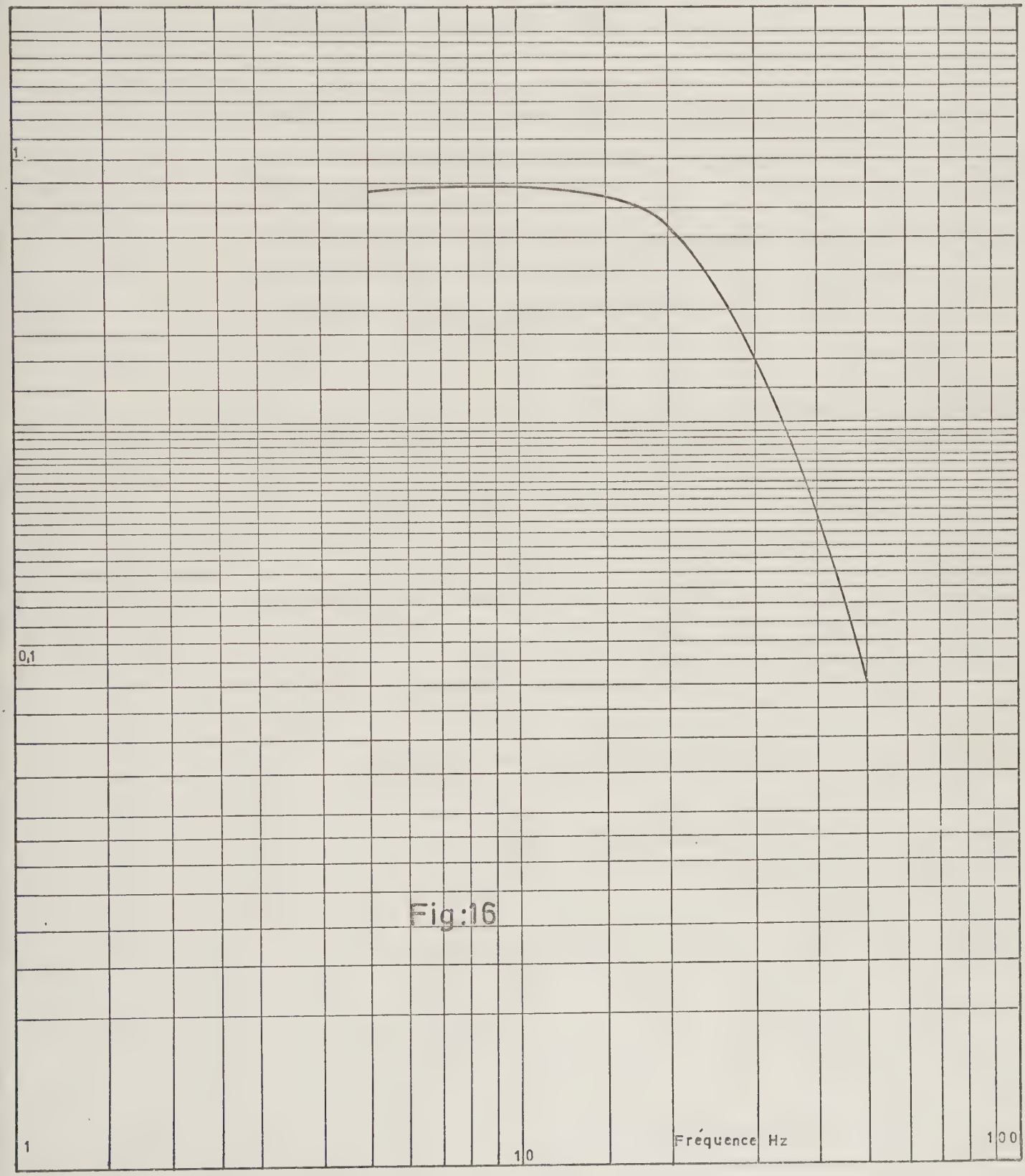


Fig:16

Lorsqu'un Trigger a basculé, il débloque le transistor ASY 80 ayant un relais électro-magnétique dans son circuit collecteur. Le potentiomètre de 5 K, définissant la polarisation de la base du deuxième transistor 2 N 2925 permet de régler la tension de basculement du Trigger.

5 - Filtres passe bande - Câblage de la commutation

Fonctionnement des filtres actifs - Applications mathématiques de base des amplificateurs opérationnels :

Pour employer les amplificateurs opérationnels comme unité de calcul, deux impédances sont utilisées :

- une dans la boucle de contre réaction
- une dans la branche d'entrée.

L'impédance d'entrée de l'amplificateur opérationnel étant très élevée, le courant qui le traverse est négligeable; on peut admettre :

$$i_1 = i_2$$

Au noeud A, on a donc :

$$\frac{e_1 - e_A}{Z_1} = \frac{e_A - e_2}{Z_2}$$

Soit K le gain de l'ampli (K, très élevé de l'ordre de 10^5 à 10^6).

$$e_A = \frac{e_2}{K} \sim 0 \quad \text{donc}$$

$$e_2 = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot e_1$$

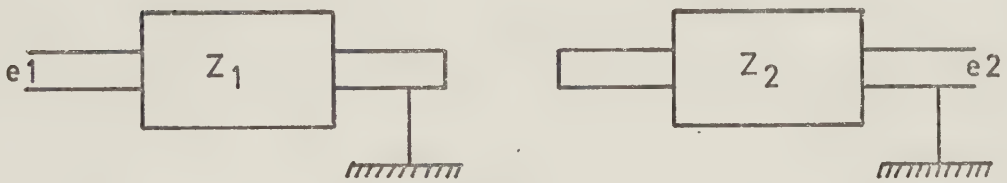
Si Z_1 et Z_2 sont des résistances pures, on retrouve la formule de sommation et d'amplification :

$$e_2 = \frac{R_2}{R_1} \quad e_1$$

(Le gain de l'amplificateur est le rapport des résistances).

On peut utiliser comme l'impédance Z_1 et Z_2 un quadripole complet comprenant des impédances en j et $\frac{1}{j}$.

En admettant toujours que e_s est petit, c'est-à-dire peu différent du potentiel 0, les deux impédances Z_1 et Z_2 sont court-circuitées. Les courants i_1 et i_2 sont maintenant des courants de court cirtuit en A.



On définira donc :

$$Z_1 = \frac{e_1}{i_1} = \frac{e_1}{i_{cc}} \quad \text{et} \quad Z_2 = \frac{e_2}{i_{cc}}$$

Il faut noter qu'ici les impédances Z_1 et Z_2 sont <u>les impédances de transfert</u> de chaque quadripole (et non les impédances d'entrée).

Les tensions d'entrée et de sortie sont donc encore liées par la relation :

$$e_2 = \frac{Z_2}{Z_1} \quad e_1$$

Filtres actifs

Le schéma des filtres utilisés est donné figure 17.

L'impédance de transfert des quadripoles d'entrée et de sortie est :

$$Z_1 = \frac{1}{2\ BRCP}\ (1 + 2p\zeta Rc)$$

$$Z_2 = \frac{1 + 2\ p\ \zeta RC}{1 + 2p\zeta RC + p^2\ R^2\ C^2}$$

D'où fonction de transfert du filtre :

$$\frac{e_2}{e_1} = - \frac{2\ BRC\ p}{1 + 2\ \zeta\ RC + R^2\ C^2 p^2}$$

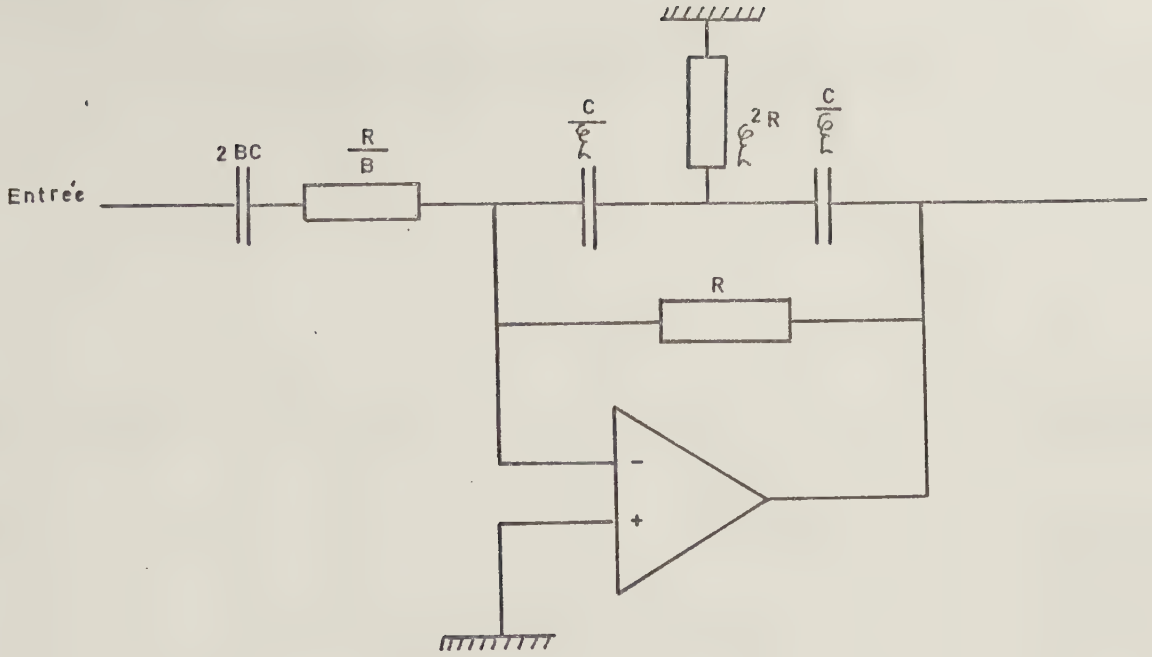
La courbe de gain de filtre est tracée figure 18. De part et d'autre des deux fréquences de coupure ω_1 et ω_2, l'atténuation du filtre est de 6 db/1ct. 2 B représente la largeur de bande du filtre.

$$2\ B = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\sqrt{21^- 2}} \qquad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{1}{RC}$$

Les valeurs des composants des trois filtres utilisés pour le filtrage du signal sur 3 N sont données sur les schémas. On a choisi un coefficient d'amortissement ζ égal à 0,5, afin d'éviter au maximum une oscillation du filtre sous l'action de transitoires.

Câblages de la commutation (fig. 19)

L'entrée des trois filtres est connectée en permanence sur le signal à filtrer. Les relais utilisés sont à deux contacts; ils commutent l'entrée et la sortie de l'amplificateur opérationnel sur le filtre utilisé. Le schéma de commutation est donné fig. 19. On remarque que le filtre qui fonctionne est celui qui correspond au premier relais décollé.



Filtre passe bande.

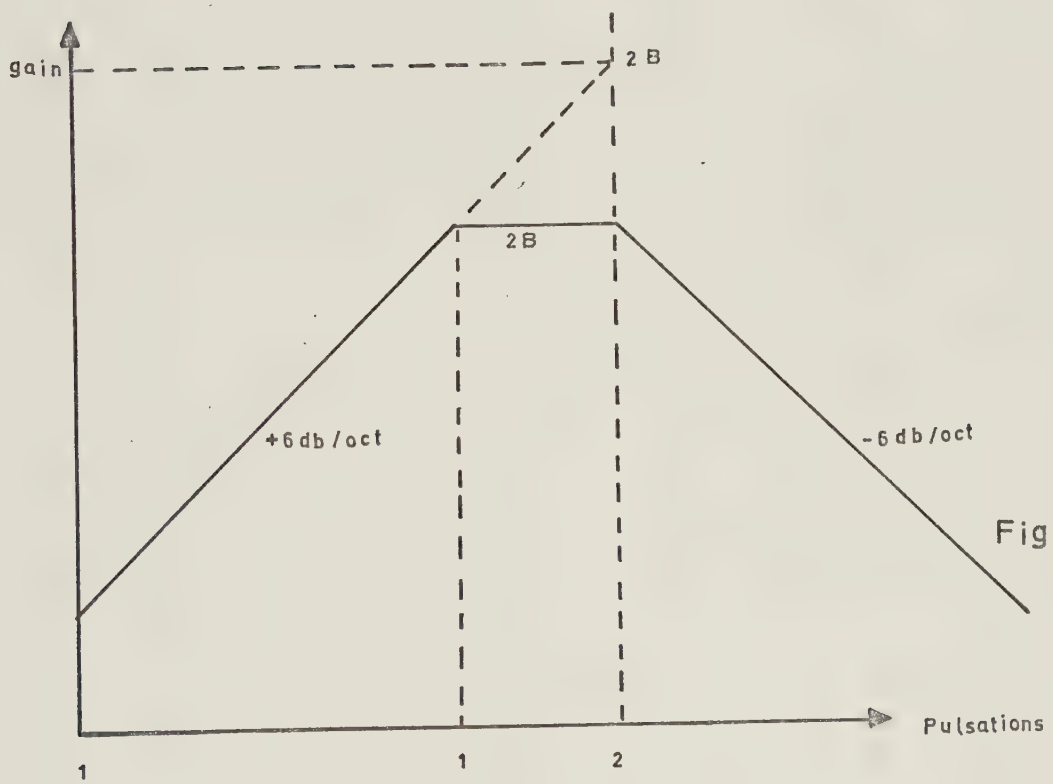


Fig:18

Courbe de gain du filtre
(coordonnées logarithmiques)

Bandes passantes des filtres d'accélération.

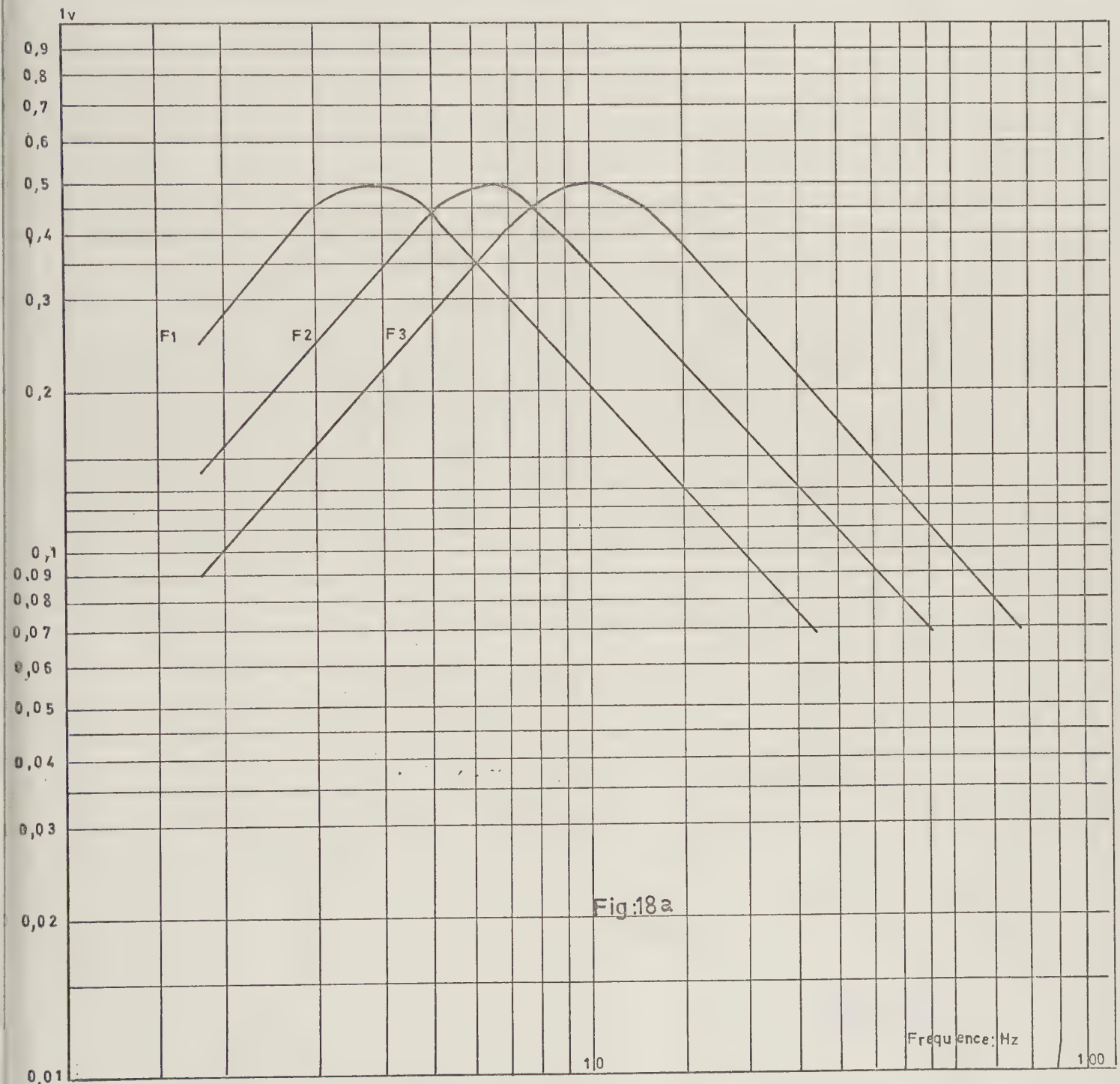


Fig.18a

Bandes passantes des filtres de force.

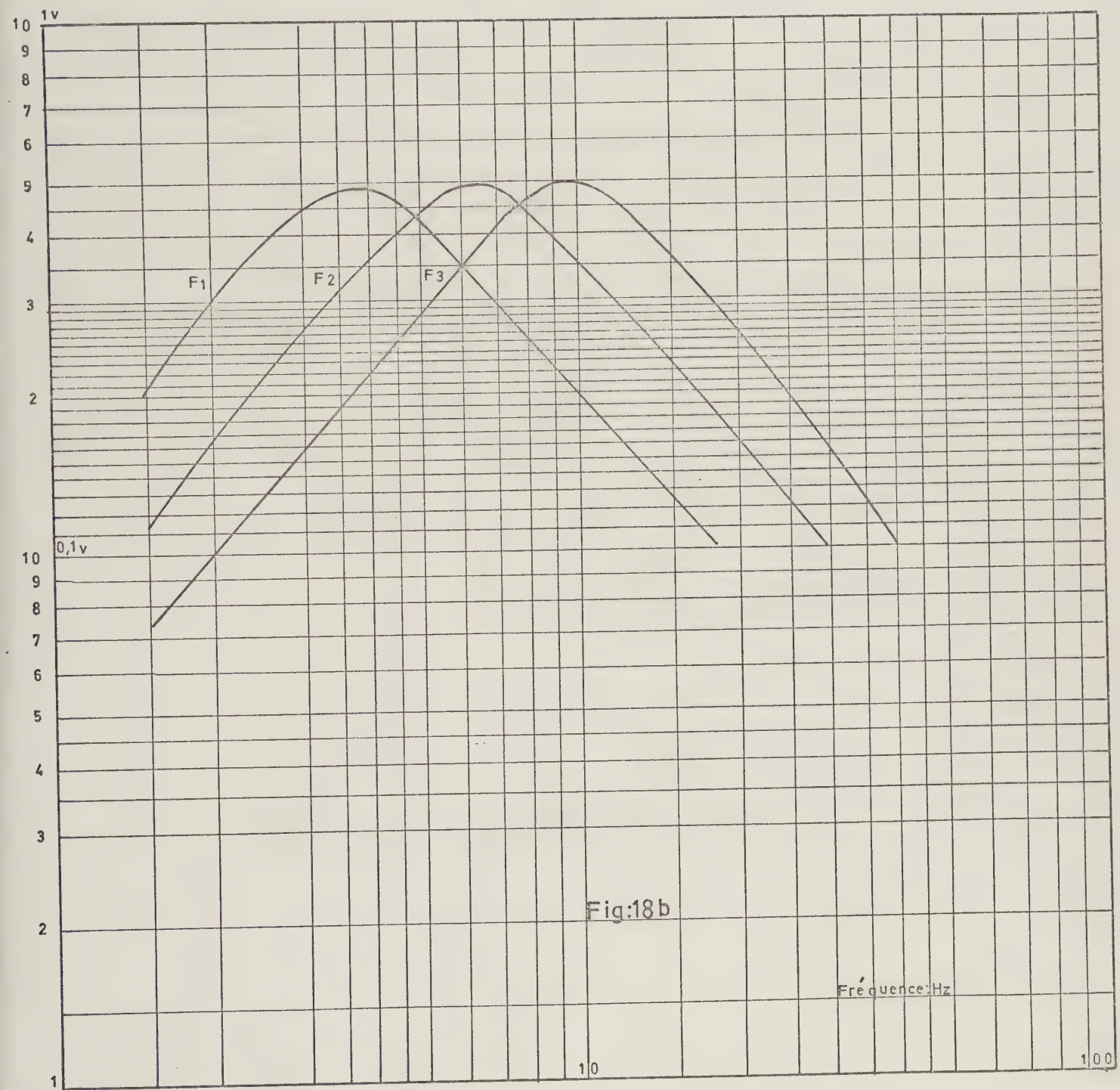


Fig:18b

Commutation des filtres passe bande.

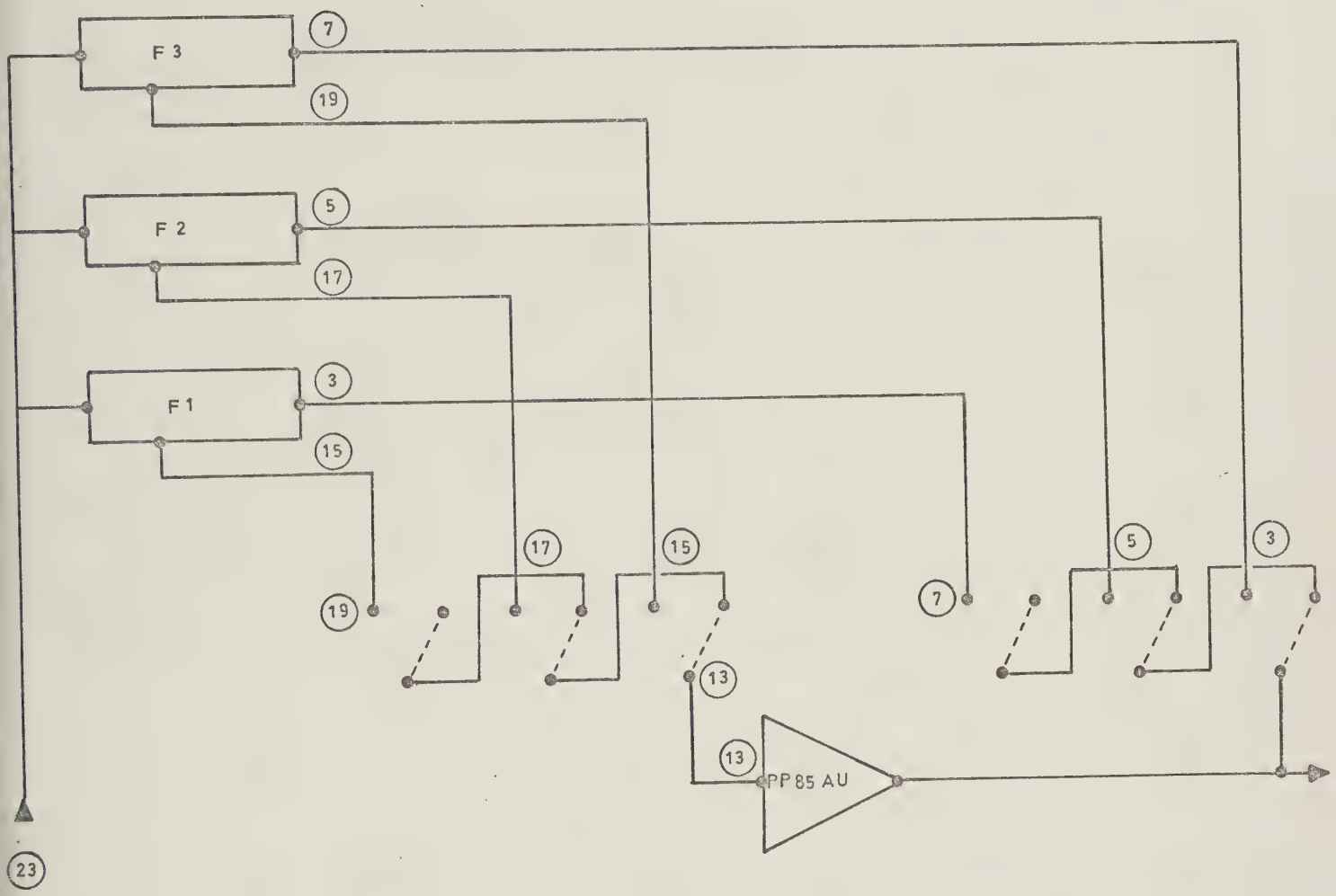


Fig:19

Commutation des filtres passe bande.

Réponse de la chaîne complète de traitement

Pour tester la réponse de la chaîne complète de traitement, un signal de 100 mv de fréquence variant de 3 Hz à 11 Hz est injecté à l'entrée de la chaîne (3 N). Simultanément, la commande des relais est assurée par des impulsions de fréquence N. Sur la figure 20, la tension de sortie obtenue est tracée en fonction de la fréquence du signal.

6 - Intégrateur

L'intégrateur permet de passer de l'accélération longitudinale, mesurée sur le chantier, à la vitesse analogue mécanique de l'intensité.

C'est un filtre passe bas (fig. 21). La fonction de transfert de ce montage a pour expression :

$$H(\ ) = -\frac{1}{1 + RCp}$$

d'où la valeur de la pulsation de coupure dans le montage utilisé

$$\omega_c = \frac{1}{10^5 \times 2{,}2.10^{-6}} \quad \text{soit environ 0,7 Hz}$$

Cette fréquence convient pour l'intégration des signaux de la bande du 3 N. Pour intégrer dans la bande du 20 N, la fréquence de coupure sera choisie plus élevée.

La courbe d'étalonnage de l'intégrateur est donnée figure 21a.

Les deux chaînes parallèles de traitement décrites ici sortent des deux signaux complexes mesurés sur le derrick, la force longitudinale et la vitesse longitudinale à une fréquence caractéristique du tricône. Elles permettent donc le calcul de l'impédance présentée par le derrick à cette fréquence.

Bande passante des filtres commutés.

(commutation à 100 t/mn et 160 t/mn)

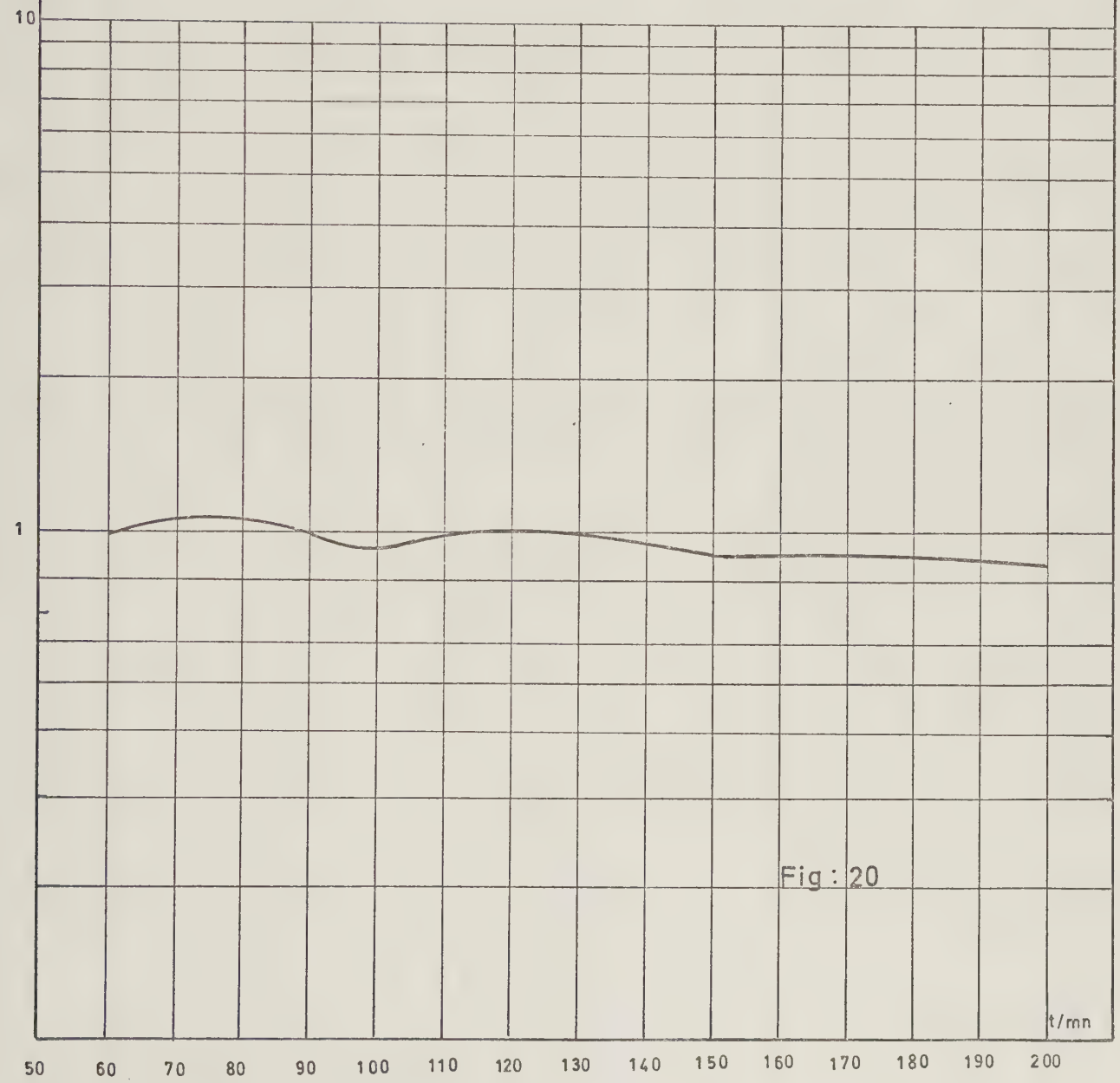


Fig : 20

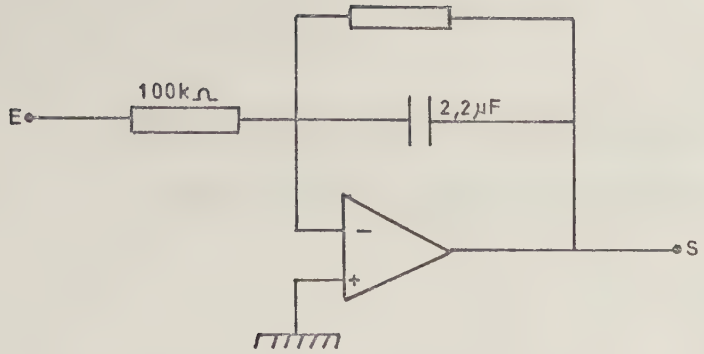


Schéma de l'intégrateur

1v

0,1v

Réponse de l'intégrateur

10

100

Figure 21.

Tension de sortie de l'intégrateur en fonction de la vitesse de rotation.

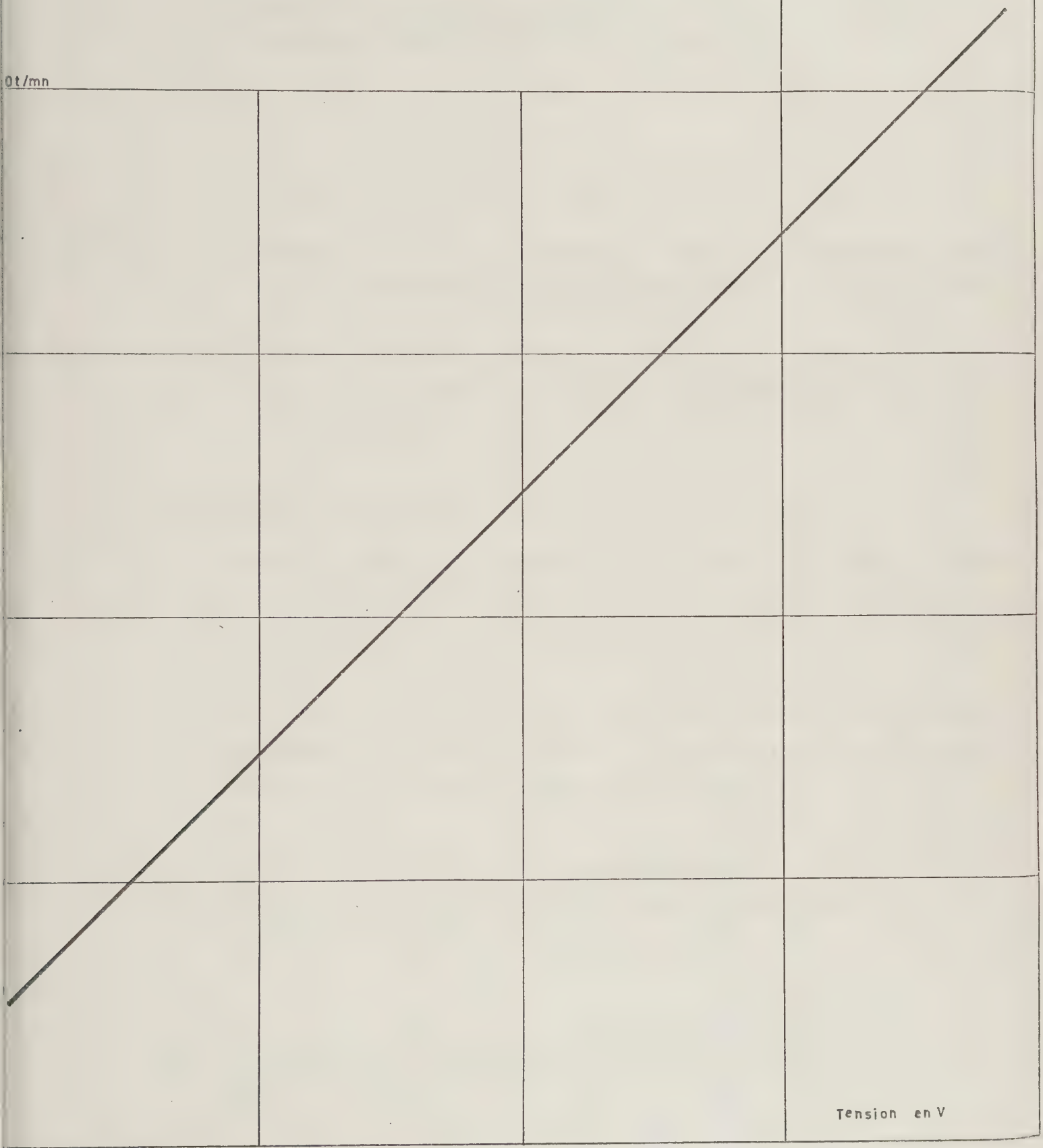


Figure 21a.

Une commutation permet de reprendre le signal de force et d'accélération à la sortie des filtres passe bande et de les introduire dans un intégrateur sommateur qui effectue l'opération :

$$F_3 = (F_D + Z_{C\ 5"}\ F_D) \qquad \text{(fig. 21b)}$$

où F_3 est l'amplitude de la force à l'entrée des tiges 5".

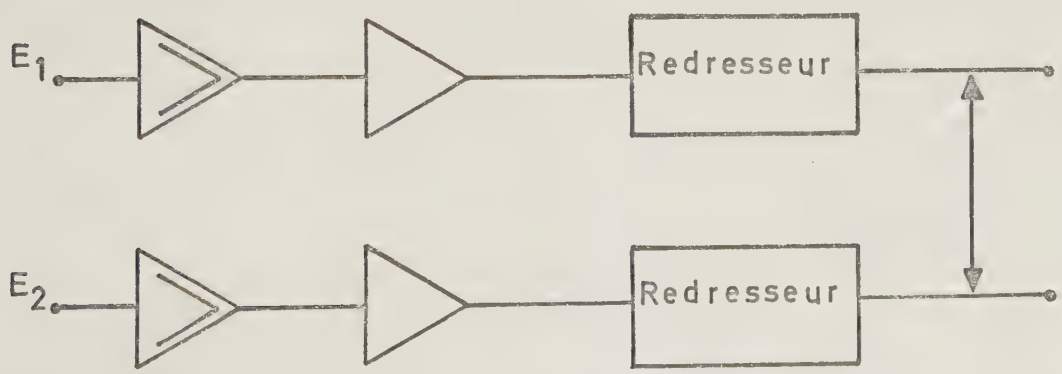
(Remarque : il est indispensable que l'ensemble des appareils de mesure et de transmission conservent la phase entre les signaux de force et d'accélération).

Une commutation permet ensuite d'envoyer le signal F_3 dans le circuit d'amplification et de filtrage de la force longitudinale (fig. 12).

B - Ensemble de comparaison

Le signal des mesures en surface, après traitement et filtrage, est comparé au signal que fournit le M.A. au niveau des tiges 5". La comparaison en amplitude ne peut se faire qu'en courant continu. Il est donc indispensable de redresser les deux tensions à comparer.

La figure 22 indique le schéma de principe du comparateur. Le schéma électronique est donné en fin de chapitre. On remarquera que chaque branche du comparateur est un circuit de mesure décrit page .



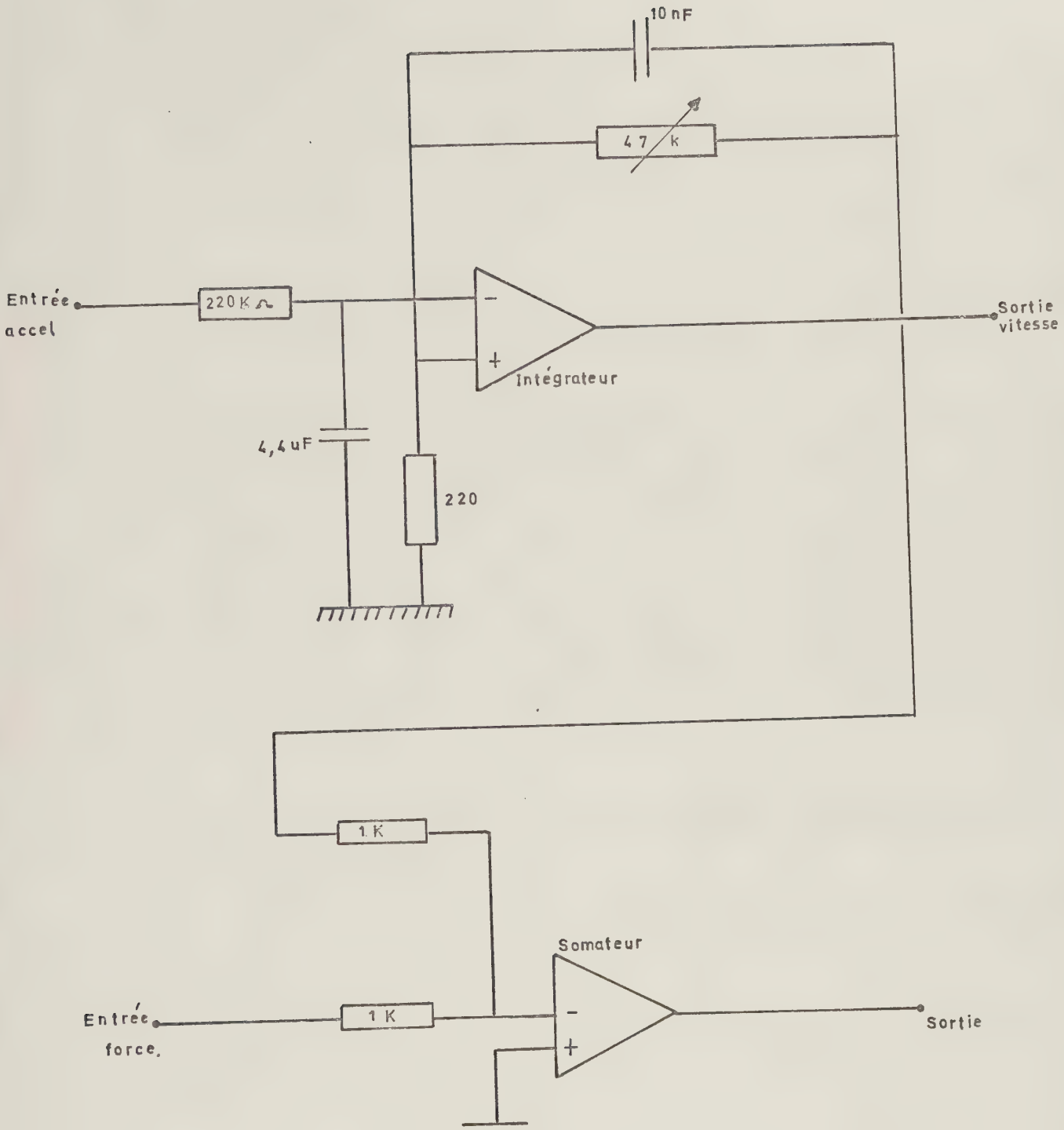

10 nF
47 k
Entrée
accel
220 K
Sortie
vitesse
Intégrateur
4,4 uF
220
1 K
Somateur
Entrée
force.
1 K
Sortie

Fig:21b.

C - Asservissement

La tension d'erreur délivrée par le comparateur attaque une chaîne classique d'asservissement. Dans le MA actuel, on utilise le système de servo mécanisme d'un enregistreur Philips PR 2210 modifié; la modification consiste à supprimer la tension continue égale et opposée à la tension de mesure qui stabilise le curseur en un point de l'échelle de niveau.

Le potentiomètre asservi est placé le long du curseur de l'appareil, le point mobile du potentiomètre est donc solidaire de ce curseur.

Le schéma de principe de l'asservissement est donné figure 23. La génératrice tachymétrique G est accouplée à l'axe du servo moteur. Elle fournit une tension proportionnelle à la vitesse de rotation. Cette tension est appliquée à l'entrée de l'amplificateur, le chariot s'immobilise donc sans oscillation sur le point d'équilibre. On règle l'amortissement du chariot de mesure à l'aide des deux potentiomètres de gain, fixés sur la plaque avant du rack 3. Ces deux potentiomètres agissent sur le gain de la boucle d'asservissement. Le découplage du diviseur en deux potentiomètres permet un réglage grossier et un réglage fin.

D - Intégrateur de vitesse de rotation - Générateur sinusoïdal asservi

1 - Intégrateur de V_r

La vitesse de rotation est actuellement mesurée à l'aide d'un dispositif donnant 6 impulsions par tour de garniture.

Le rôle de l'intégrateur est de fournir une tension continue proportionnelle à la vitesse de rotation. Ce niveau continu :

- commande la commutation des Triggers de Schmidt qui commutent le signal des mesures en surface sur le filtre approprié,
- asservit la fréquence du GBF intérieur à un multiple de la vitesse de rotation (3 N ou 20 N).

Branchement

Le signal impulsionnel de V_r est branché sur la plaque arrière aux bornes "Ent. V_r". La tension continue de sortie est fournie aux bornes "Sort. V_r". La figure 24 donne la courbe d'étalonnage de l'intégrateur : la vitesse de rotation est portée en ordonnée, la tension continue proportionnelle à V_r en abscisse. Cet étalonnage n'est valable que pour un capteur fournissant 6 impulsions par tour.

Fonctionnement

Le schéma de principe de l'intégrateur est représenté figure 25 : les impulsions de vitesse de rotation attaquent une monostable. Le réponse de la monostable est filtrée par une capacité de 10 F. Enfin, un adaptateur fournit la puissance de sortie nécessaire.

2 - Générateur sinusoïdal asservi

Pour suivre une fréquence caractéristique du tricône, il est indispensable d'alimenter le MA par une tension de fréquence variable, asservie à la fréquence choisie, multiple de la vitesse de rotation (3 N ou 20 N).

Principe de fonctionnement (fig. 26)

La fréquence du GBF utilisé est commandée par la tension continue délivrée par l'intégrateur de V_r. Cette tension alimente une lampe à incandescence placée devant deux cellules photo résistantes. Le GBF utilisé est un oscillateur à Pont de Wien.

Les deux photos résistances sont comprises dans le pont et leur variation propre de résistance modifie la fréquence d'oscillation de l'oscillateur.

Pour assurer une bonne linéarité, une boucle de retour reprend la fréquence du signal de sortie, la transforme en niveau continu proportionnel et la compare au signal continu de V_r. La tension d'erreur résultant de cette comparaison agit sur la lampe qui corrige l'erreur.

Schéma

Le schéma de câblage est donné à la fin du chapitre. En sortie d'adaptateur la tension alternative disponible est de l'ordre de 900 mV eff. La capacité de 470 μF coupe la composante continue et la résistance variable de 5 K permet d'ajuster la tension de sortie du GBF à 500 mV eff.

Fréquences disponibles

Sur le MA actuel, deux fréquences caractéristiques du tricône sont disponibles : 3 N et 20 N. (commutation sur la plaque avant du rack II). Lors de la mise en route du GBF, il faut placer le commutateur "Fréquences" sur la position 3 N afin d'éviter une oscillation de l'asservissement en fréquence du GBF.

Résultats - linéarité

Sur les tableaux ci-dessous, sont portées les fréquences de sortie du GBF asservi, en fonction de la vitesse de rotation (tours par minute). La comparaison avec les fréquences théoriques calculées montre que la linéarité est excellente.

Fréquences : 3 N

Vitesse de rotation (N)	Fréquences mesurées (Hz)	Fréquences calculées N/60 x 3 (Hz)
41 t/mn	2	2,05
61	3	3,05
81	4,1	4,05
99	5	4,95
119	6	5,95
140	7	7
159	8	7,95
180	9	9
200	10	10

Fréquence 20 N

Vitesse de rotation (N)	Fréquences mesurées (Hz)	Fréquences calculées N/60 x 3 (Hz)
27	9	9
30	10	10
33	11	11
36	12	12
39	13	13
60	20	20
89,9	29,9	29,9
120	40,2	40
152	50,6	50,4
183	61,4	61
205	68,7	68,3

Circuits

3 - Etalonnage

Pour vérifier le fonctionnement de l'ensemble de la chaîne comprenant :

- l'intégrateur de vitesse de rotation,
- le générateur asservi,
- la commutation des filtres.

On dispose d'un générateur d'impulsions internes au simulateur délivrant des expulsions à des fréquences correspondant à 45 t/mn, 90 t/mn, 180 t/mn (commutateur : étalonnage de V_r sur le rack II). Ces impulsions permettent de régler l'enregistreur donnant la valeur de la vitesse de rotation et mettent en marche le générateur asservi. On peut ainsi vérifier à l'aide d'un voltmètre alternatif branché aux bornes "MA" du Rack III, les étalonnages du générateur de force.

Principe de l'asservissement.

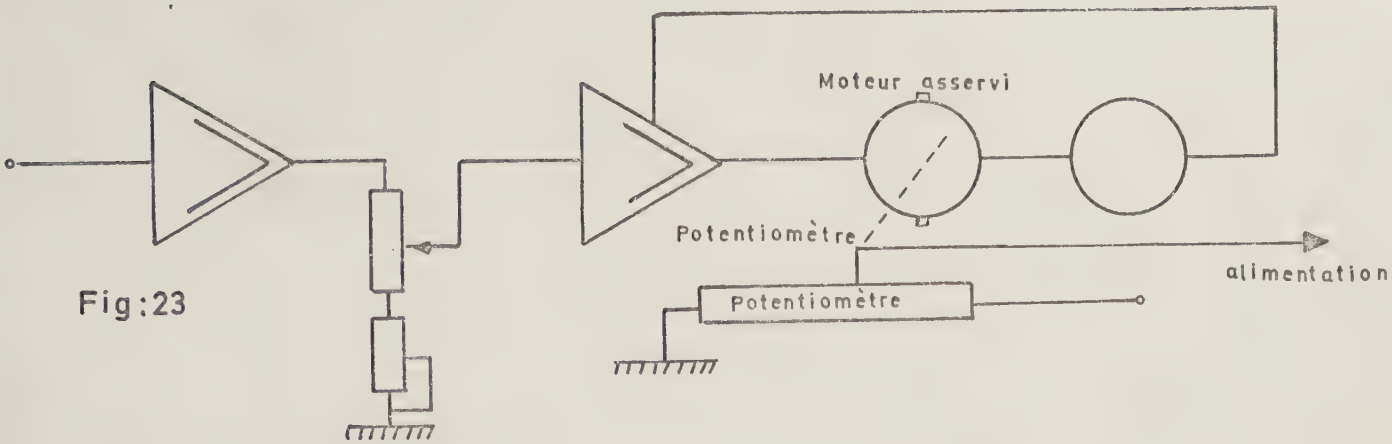


Fig:23

Fonctionnement de l'intégrateur de vitesse de rotation.

Fig: 25

Schéma de principe du générateur asservi.

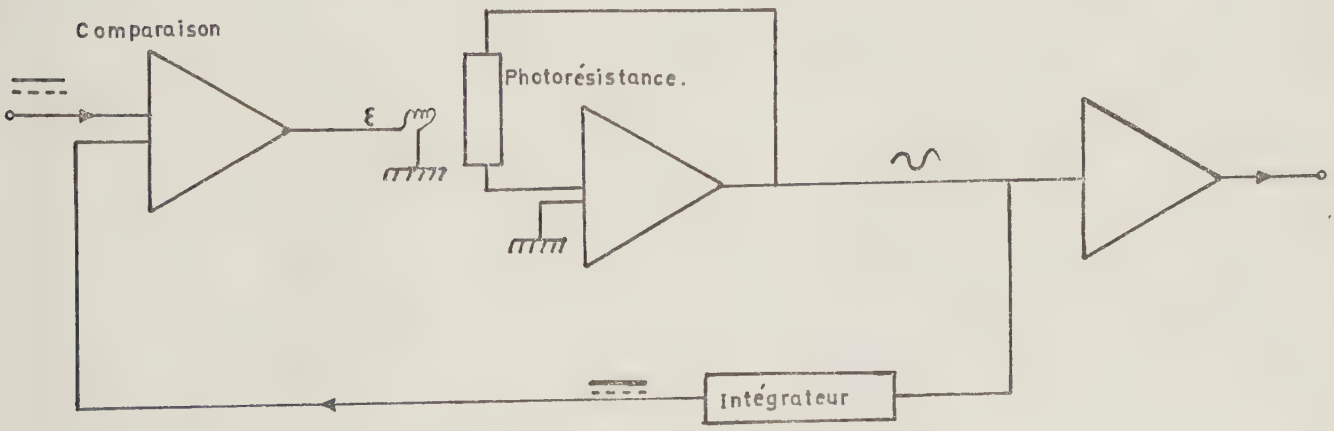
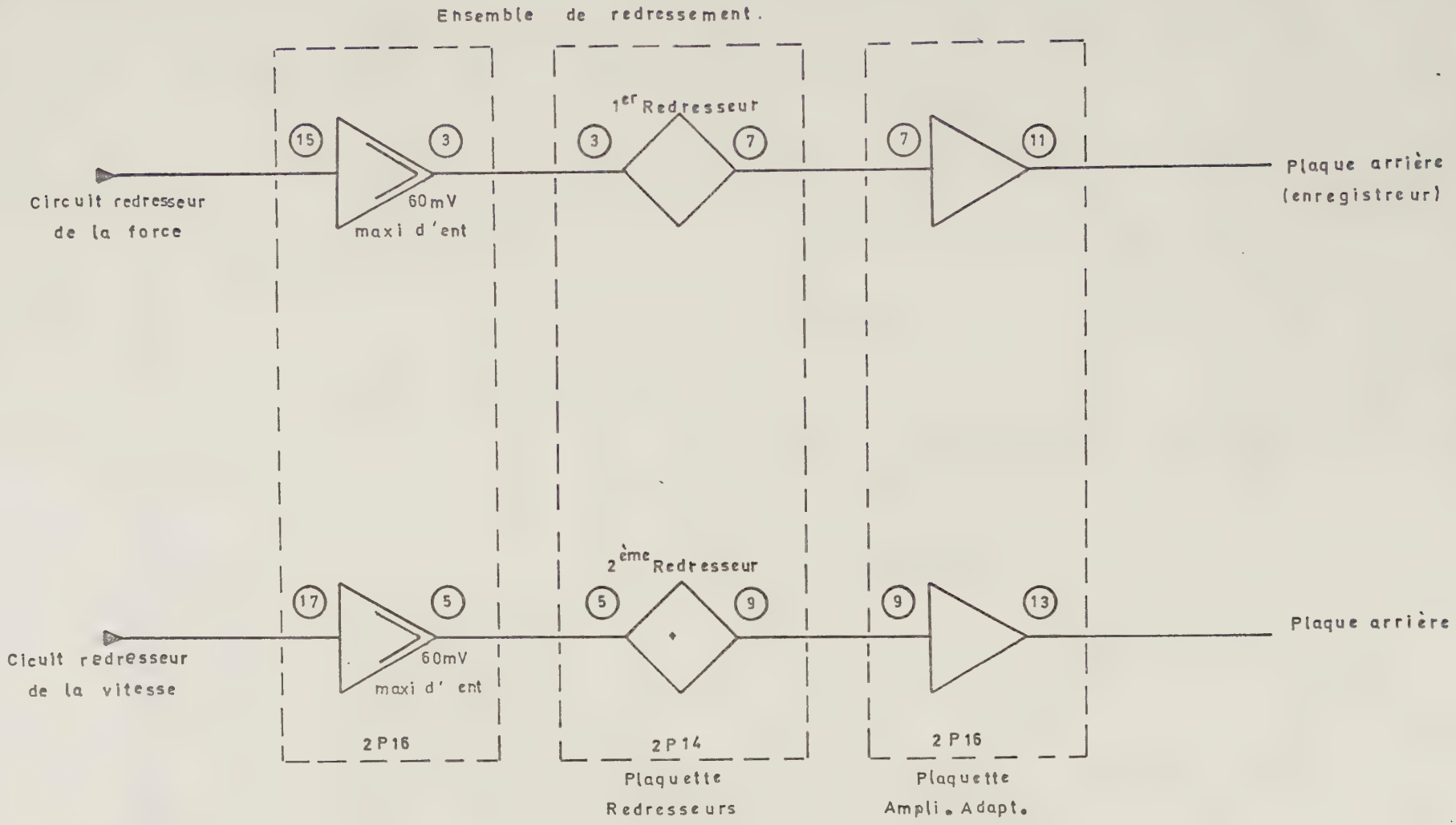
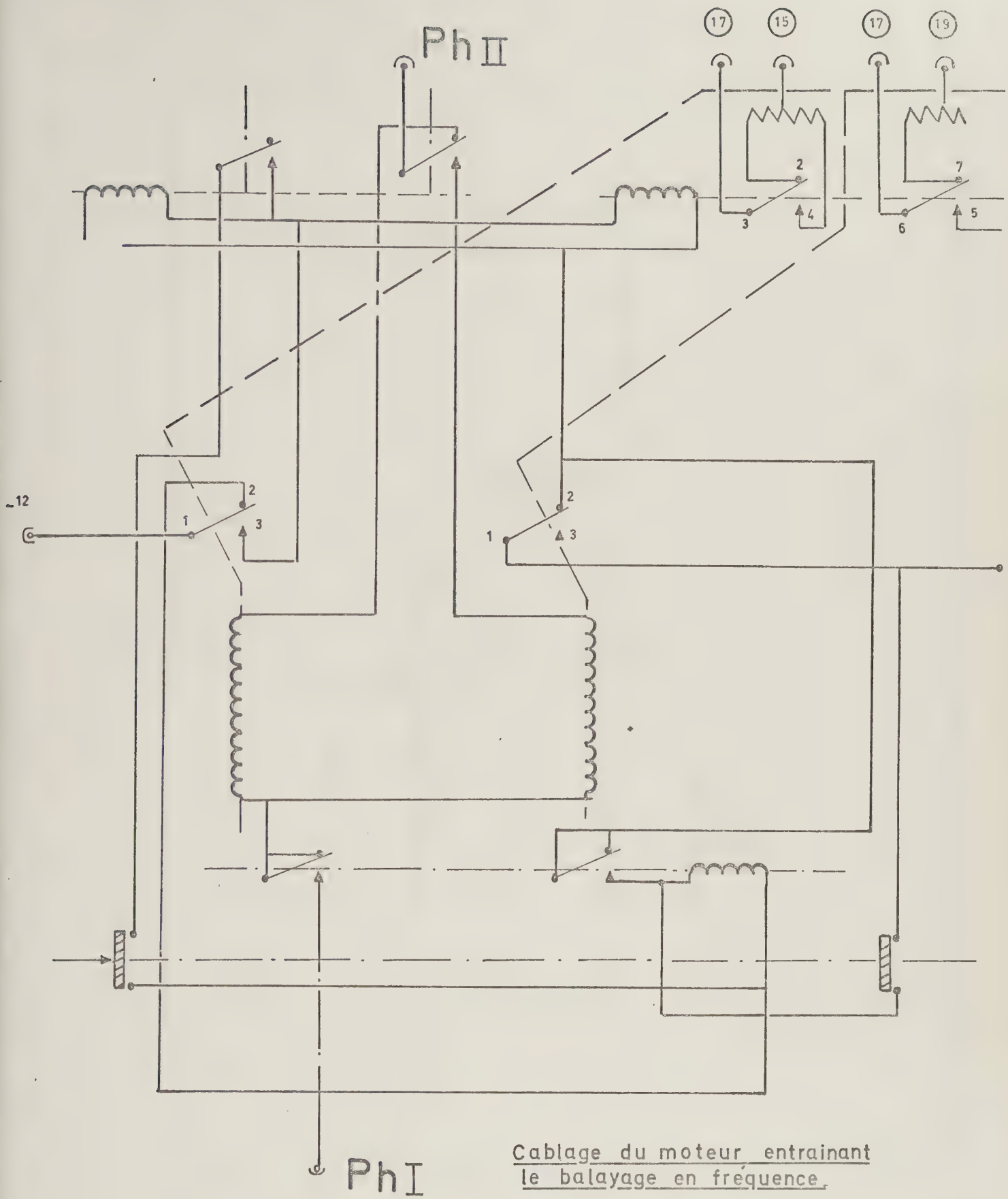


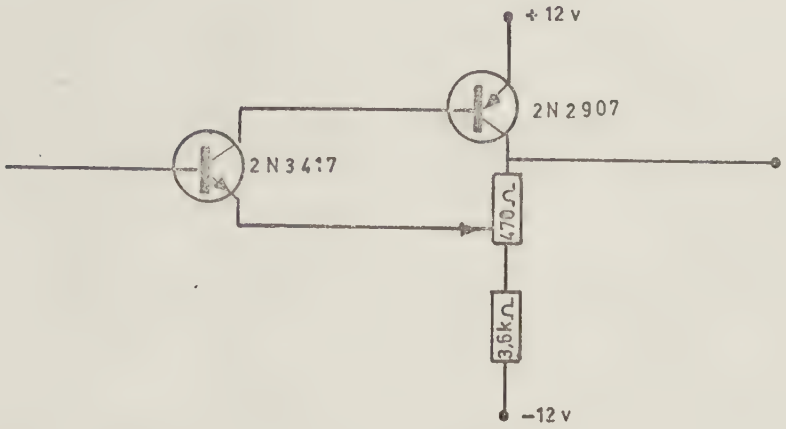
Fig: 26

Circuits de mesure de la force et de la vitesse au derrick sur le M.A.

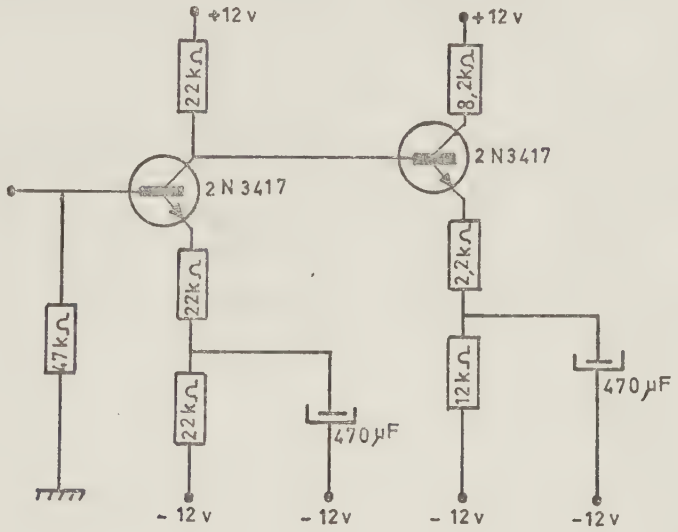




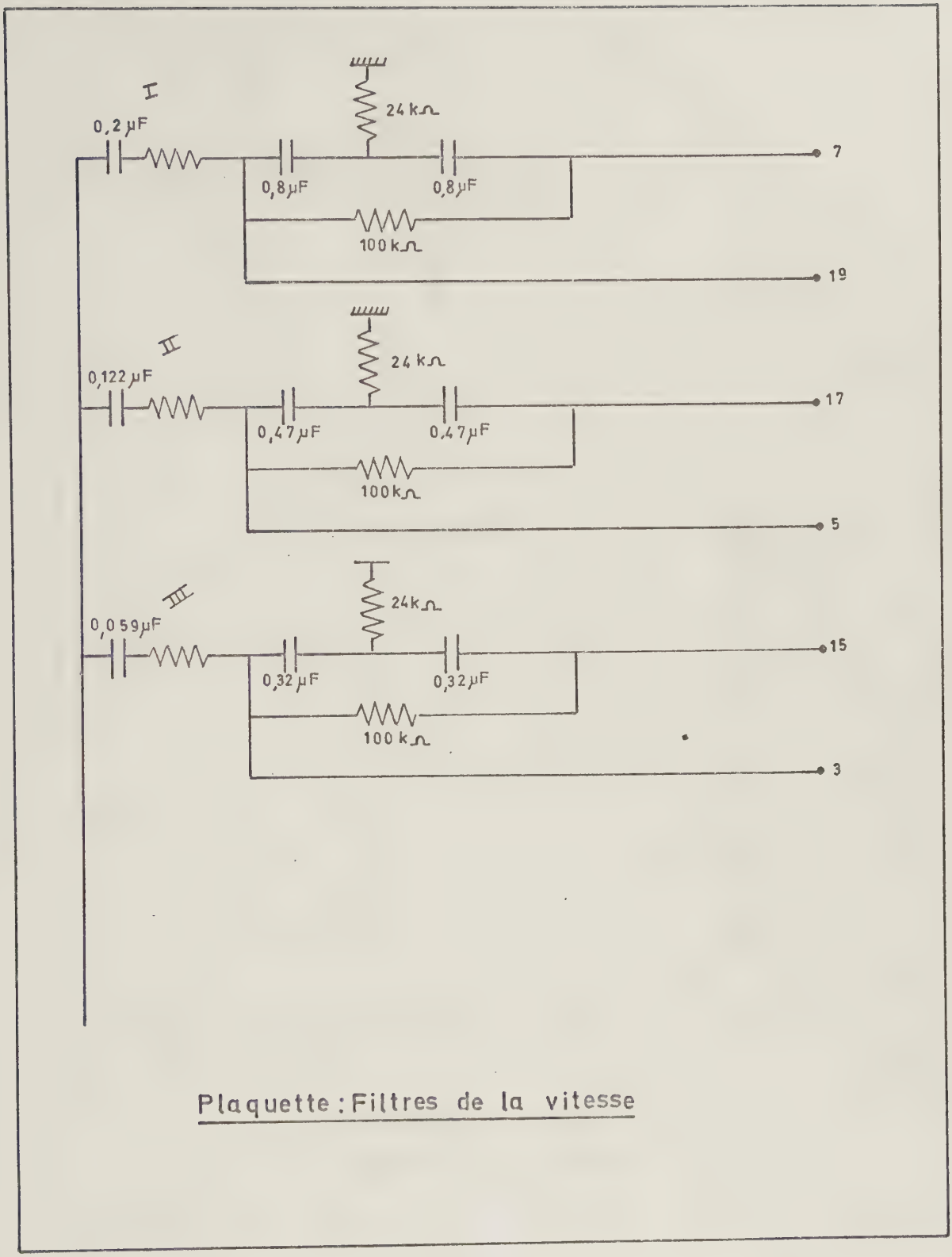
Cablage du moteur entrainant le balayage en fréquence.



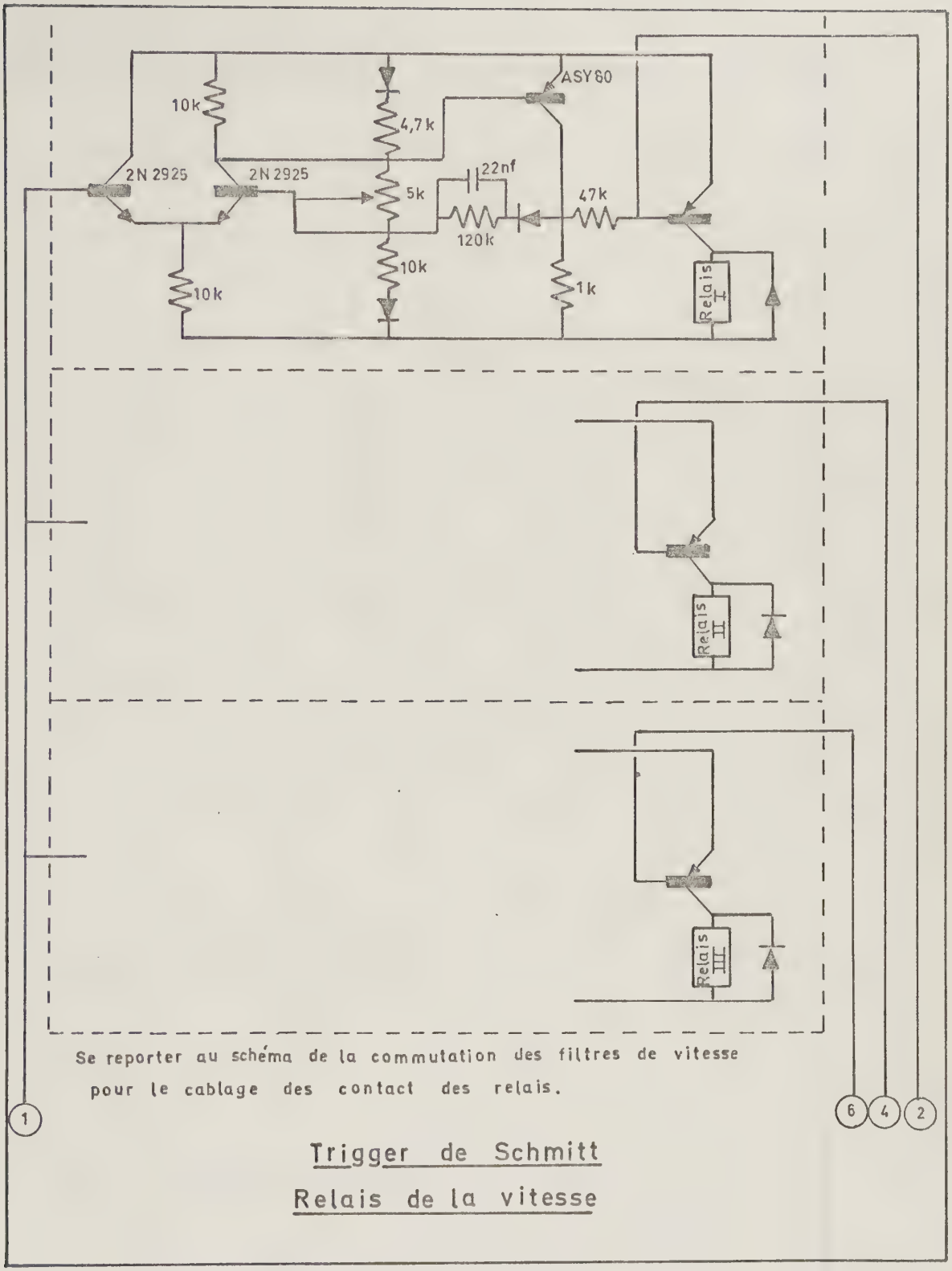
Adaptateur



Amplificateur



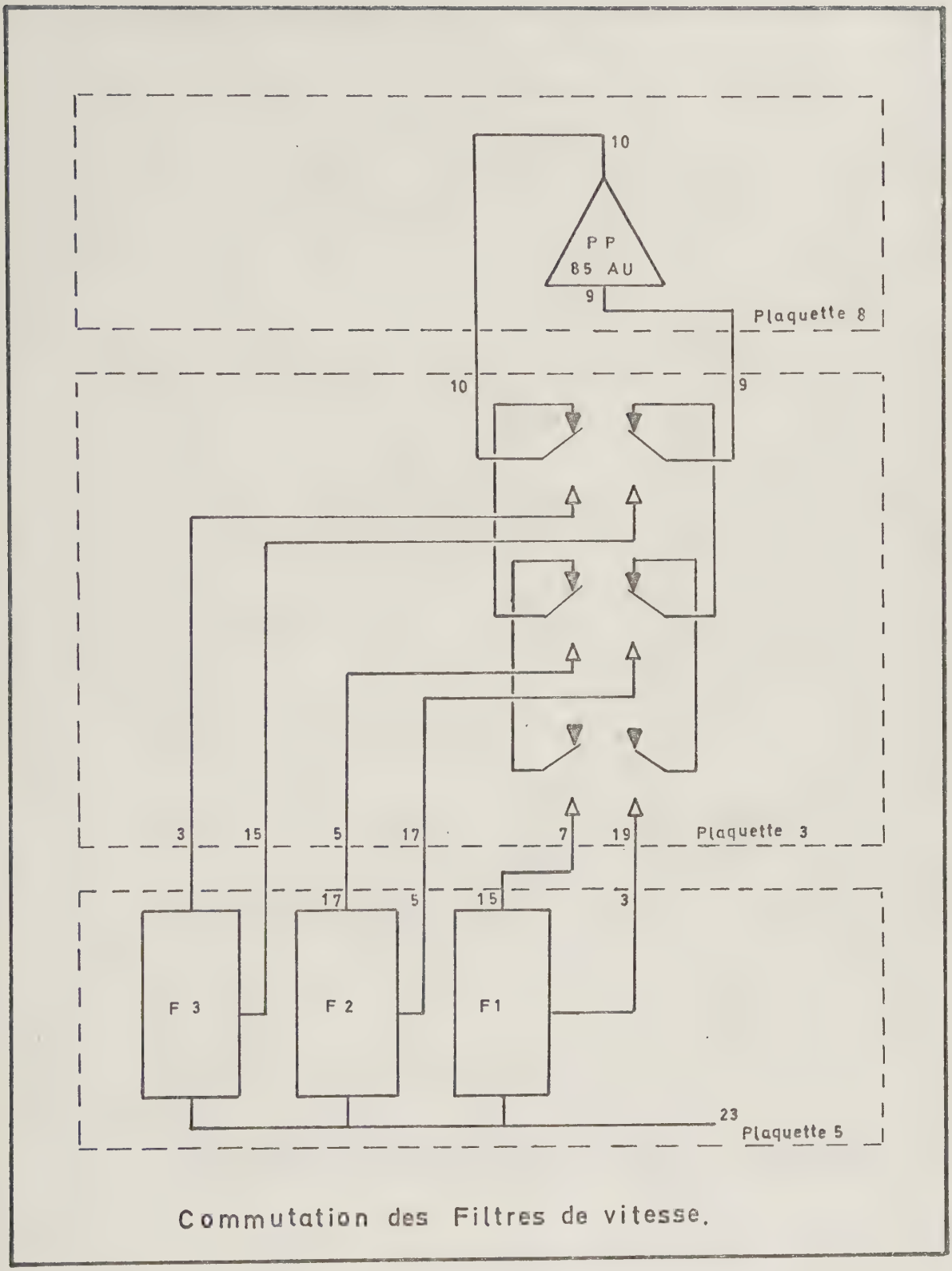
Plaquette : Filtres de la vitesse



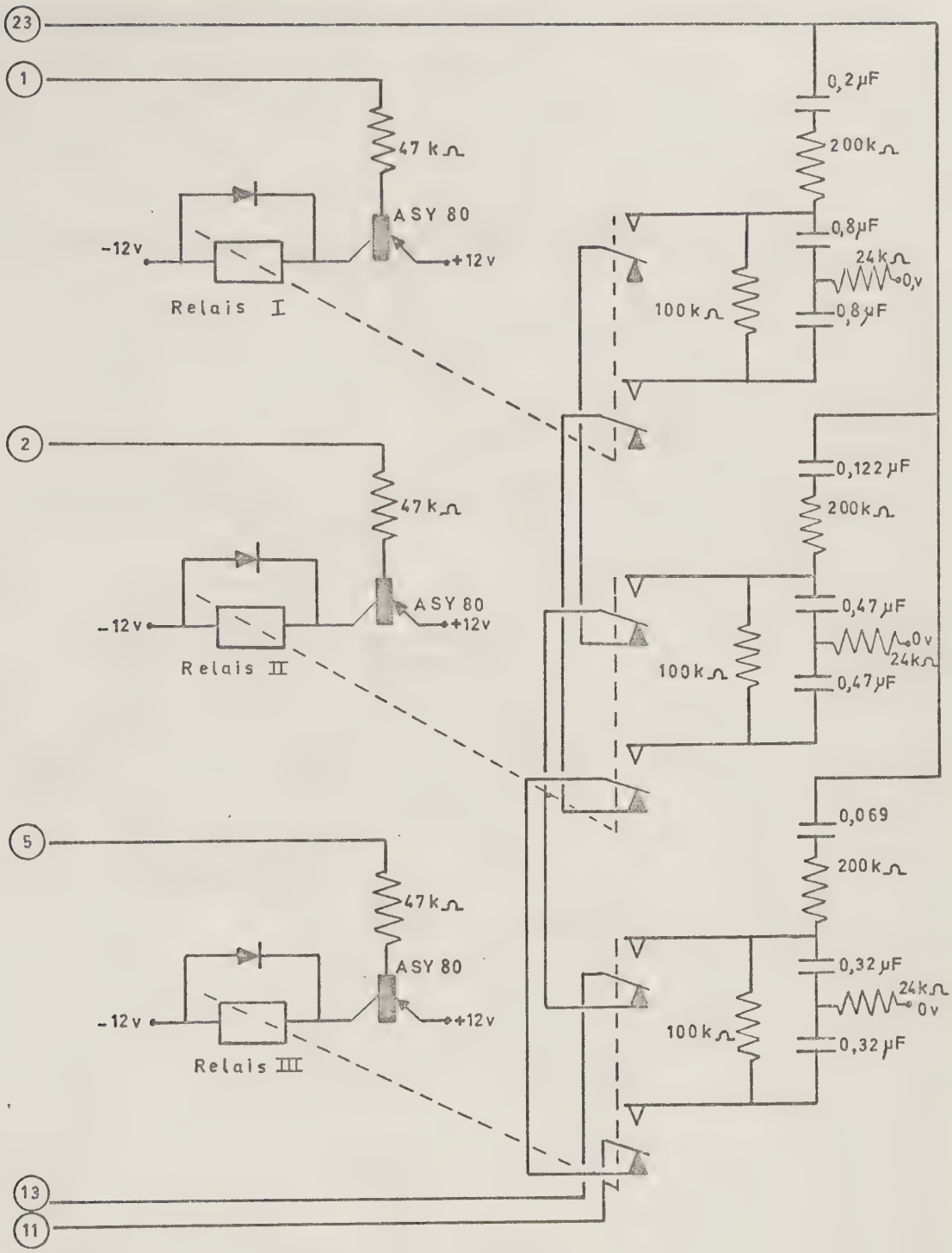
Se reporter au schéma de la commutation des filtres de vitesse pour le cablage des contact des relais.

Trigger de Schmitt

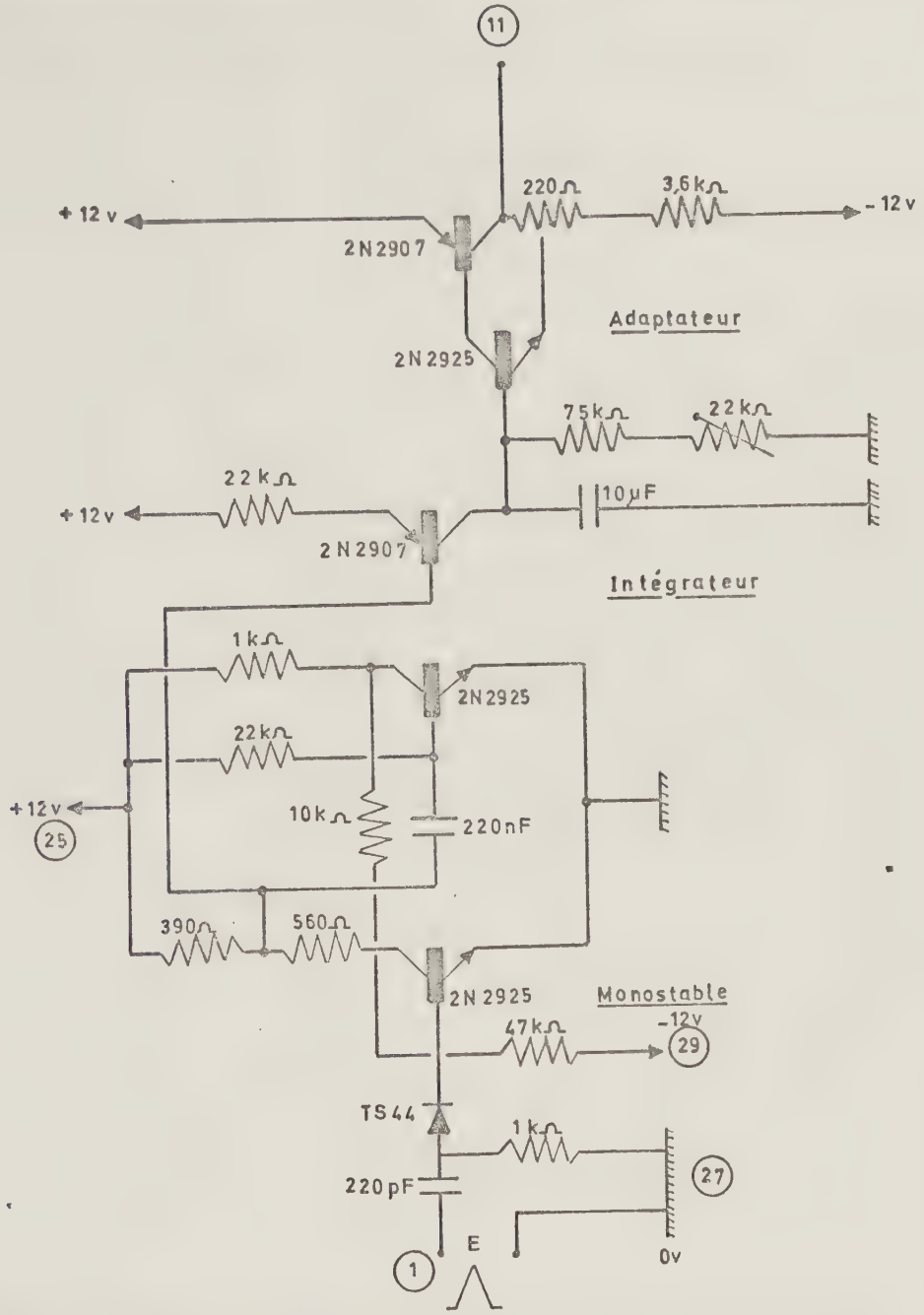
Relais de la vitesse



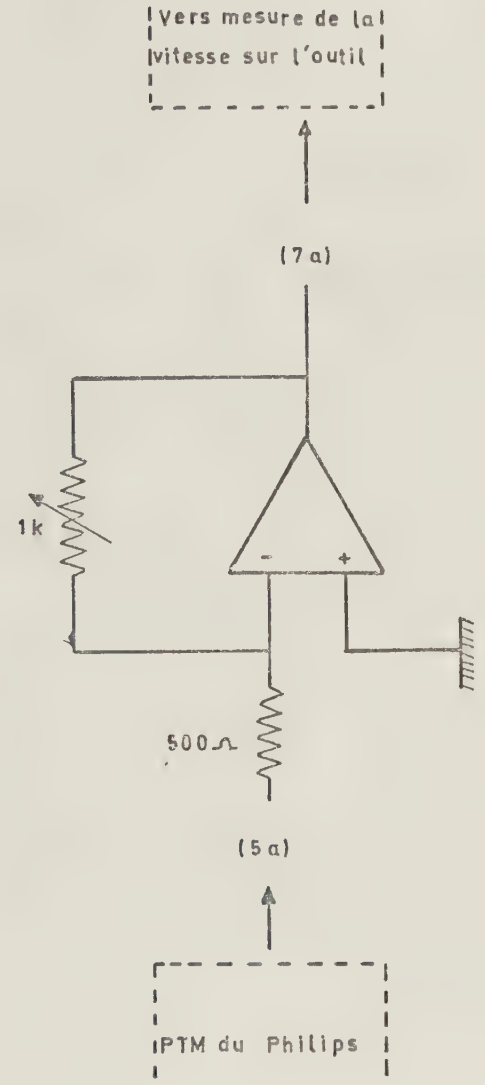
Commutation des Filtres de vitesse.



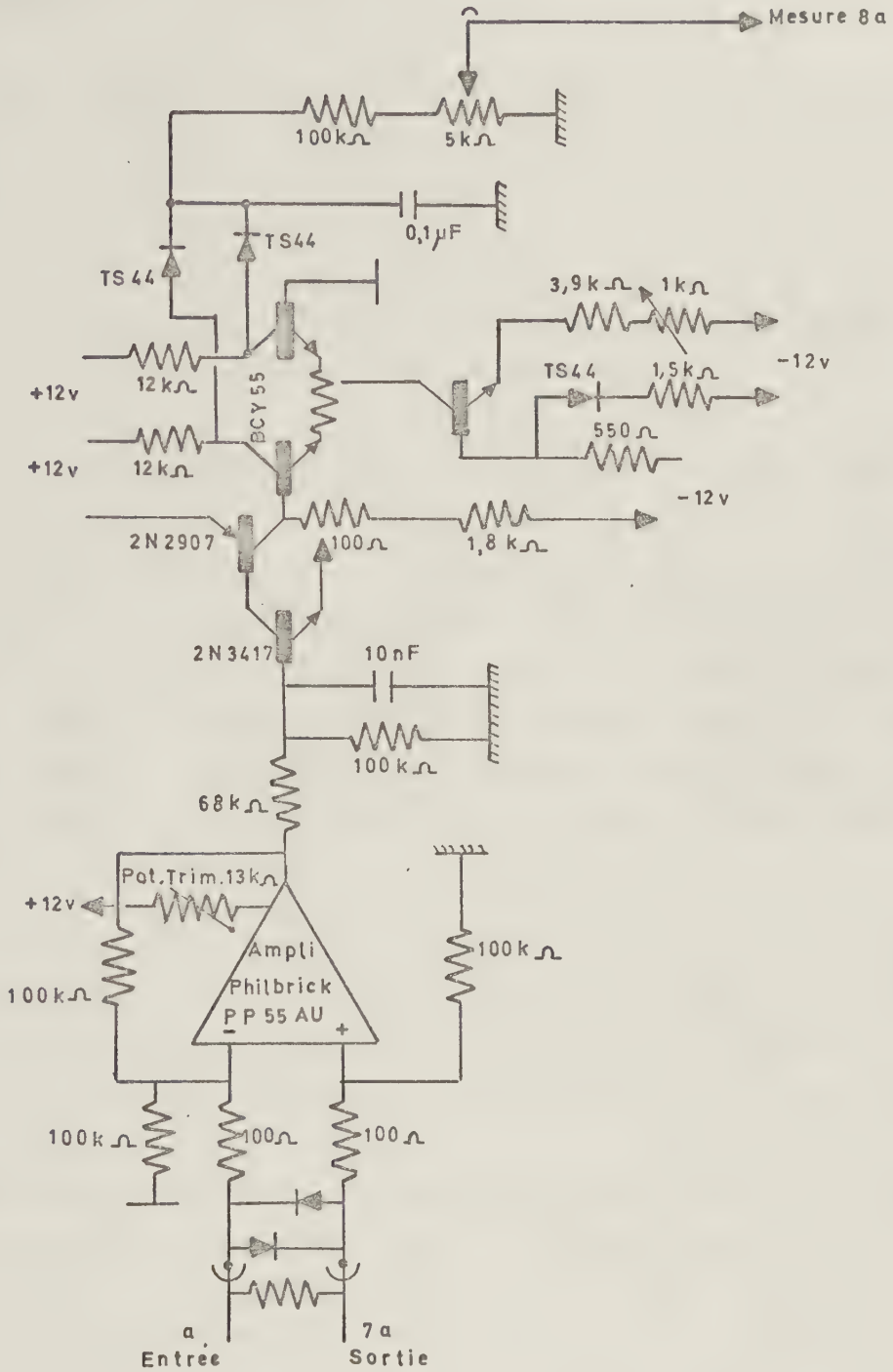
Plaquette : Relais de la force _ Filtres de la force.



Intégrateur de vitesse de rotation.



Plaquette. Adaptateur de sortie du Pot Philips.



Plaquette Mesure de la vitesse sur l'outil.

CONCLUSION

Notre préoccupation constante, au cours de ce travail, a été d'éviter de proposer des solutions au problème posé, basées sur des calculs difficiles, d'application pratique sur le chantier quasi impossible, les chantiers de forage actuels ne disposant pas encore de moyens de calcul puissants. Au contraire, nous avons recherché des solutions graphiques ou approchées, qui bien que moins précises que les solutions algébriques, permettent néanmoins dans la plupart des cas une résolution suffisamment exacte.

Ainsi, nous avons été amenés à proposer au cours de notre étude, les conclusions suivantes :

- La longueur des tiges 5" et l'amortissement visqueux dont elles sont le siège permet à partir de 1500 m environ de négliger leur influence dans les transferts en force et en vitesse. A cette profondeur, le régime dynamique de la garniture est uniquement commandé par la longueur des masse-tiges. Cette remarque peut expliquer que dans les plages de fréquences du spectre d'excitation du tricône, on ne constate qu'une ou deux résonances de la garniture.

- Nous avons montré l'influence prépondérante que peut avoir le derrick sur les phénomènes observés en surface. Mais dans l'optique des mesures en surface, le traitement analogique de la force et de l'accélération, permettant d'éliminer l'influence du derrick, peut s'avérer d'un emploi fructueux.

- Enfin pour caractériser le générateur de vibrations que constitue le tricône, nous avons été amenés à définir le contact outil roche par l'impédance de la roche forée. Les formules écrites montrent comment une variation des propriétés mécaniques de la roche peut modifier les phénomènes dynamiques observés en surface. Elles permettent ainsi de proposer une graduation en impédance mécanique d'une diagraphie de surface basée sur la mesure des vibrations du train de tiges.

- Le simulateur analogique nous a permis d'étudier en laboratoire ces différents points particuliers. Le transfert automatique au fond des signaux doit permettre une meilleure interprétation des phénomènes de surface, et s'avérer d'un emploi fructueux dans la recherche de la roche forée.

Cependant cette étude apparaît comme une vue sans doute très simplifiée des phénomènes dynamiques dont est le siège la garniture de forage. Elle néglige par exemple les liaisons qui peuvent exister entre les mouvements de flexion, de torsion et longitudinaux. Or, il semble actuellement que cette interaction soit indispensable pour expliquer la fréquence égale à trois fois la vitesse de rotation (3N) qui est la fréquence prépondérante observée sur le chantier.

D'autre part la schématisation que nous avons choisie pour représenter le travail de l'outil sur le front de taille devrait faire l'objet d'études ultérieures plus poussées tant du point de vue mécanique des roches qu'au banc de forage, afin d'en préciser le comportement dynamique.

Enfin il est bien certain que la conception et la réalisation des organes composant le simulateur analogique peuvent être considérablement améliorées du point de vue électrique. Si le principe de l'appareil nous semble pouvoir être conservé, il sera par contre souhaitable d'en améliorer les performances (asservissement, filtrage, poursuite en fréquence) afin de l'adapter aux moyens actuels de l'électronique.

Nous espérons cependant que les différents points développés dans cette thèse apporteront des éclaircissements sur les phénomènes dynamiques observés sur le derrick, et qu'ils fourniront les bases théoriques indispensables à l'obtention d'une diagraphie vibratoire de l'impédance mécanique de la roche forée.